

Measurement value processing system for biological object - mathematically evaluates and compares with given measurement value structures

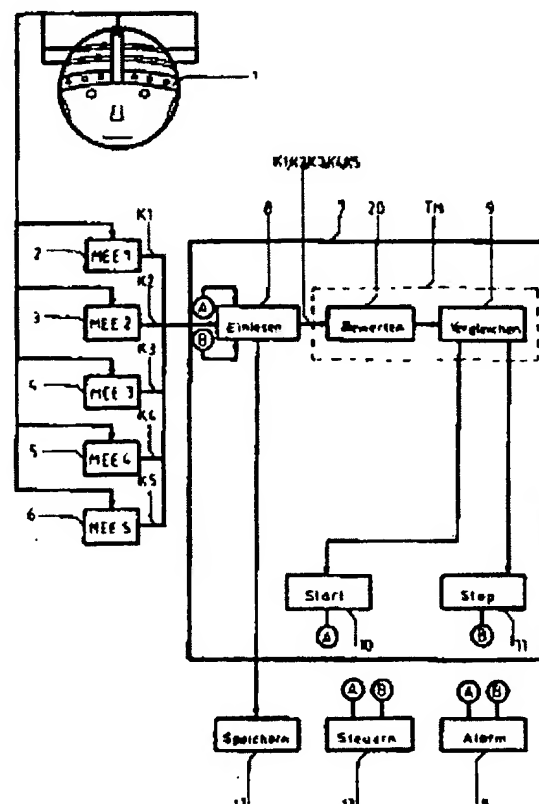
Patent number: DE4039648
Publication date: 1992-07-16
Inventor: SCHWIND GERALD (DE); WENDLER ROLF (DE);
 GRIESSBACH GERT DR (DE); GRIESSBACH
 JUERGEN (DE); WITTE HERBERT DR (DE)
Applicant: SCHWIND GERALD (DE); WENDLER ROLF (DE);
 GRIESSBACH GERT DR (DE); GRIESSBACH
 JUERGEN (DE); WITTE HERBERT DR (DE)
Classification:
 - International: A61B5/00; A61B5/02; A61B5/04; A61B5/103; A61F2/48;
 G01D1/02; G01D1/14; G01D1/18; G01D5/12;
 G06F15/36; G06F15/42; G08B21/00
 - european: G06F19/00A1
Application number: DE19904039648 19901212
Priority number(s): DE19904039648 19901212

Abstract of DE4039648

A measurement value processor (7) is coupled to the biological object (1) via multichannel measurement value detectors (2,3,4,5,6) e.g. various sensors. The processor is coupled to auxiliary devices (12,13,14).

The processor has a first device (8) for entering the measurement values from at least one of the detectors, a second device (9) for comparing the measurement values with given values, a third device (10) for starting the auxiliary devices when a first predetermined value is attained and a fourth device (11) for stopping them when a second predetermined value is attained. The second device has given single or multi-channel measurement value structures. The third device operates when a first measurement structure has been attained. The fourth device operates when a second structure has been attained. A fifth device (20) between the first and second devices serves as an evaluator for calculating characteristic values from series of measurement values for reduction of data.

USE/ADVANTAGE - Human or veterinary medicine. Operates in real time.



Data supplied from the esp@cenet database - Worldwide



①9 BUNDESREPUBLIK
DEUTSCHLAND



DEUTSCHES
PATENTAMT

⑫ **Offenlegungsschrift**
⑩ **DE 40 39 648 A 1**

⑳ Aktenzeichen. P 40 39 648.7
㉑ Anmeldetag. 12. 12. 90
㉒ Offenlegungstag. 16. 7. 92

㉓ Int. Cl. 5:
A 61 B 5/00
A 61 B 5/02
A 61 B 5/04
A 61 B 5/103
A 61 F 2/48
G 06 F 15/42
G 06 F 15/36
G 08 B 21/00
G 01 D 5/12
G 01 D 1/18
G 01 D 1/14
G 01 D 1/02

DE 40 39 648 A 1

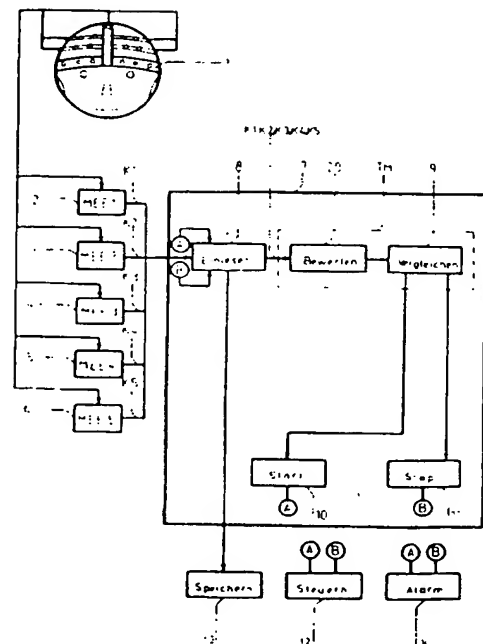
㉔ Anmelder:
Wendler, Rolf, O-6800 Saalfeld, DE; Griebach,
Gert, Dr., O-5300 Weimar, DE; Griebach, Jürgen,
8000 München, DE; Witte, Herbert, Dr., O-6900 Jena,
DE; Schwind, Gerald, 8520 Erlangen, DE

㉕ Erfinder:
gleich Anmelder

Prüfungsantrag gem. § 44 PatG ist gestellt

㉖ Meßwertverarbeitungssystem für ein biologisches Objekt

㉗ Meßwertverarbeitungseinrichtungen, die über mehrkanalige Meßwerterfassungseinrichtungen mit einem biologischen Objekt verbunden sind, werden große Datenmengen an Meßwerten eingegeben.
Die aufgenommenen Meßwerte werden mittels einer Bewertungseinrichtung (20) mathematisch bewertet und mit vorgegebenen Meßwertstrukturen mittels einer Vergleichseinrichtung (9) verglichen. In Echtzeit ist es möglich, eine Speichereinrichtung (13), eine Steuereinrichtung (12) oder eine Alarmeinrichtung (14) zu triggern.
Das Meßwertverarbeitungssystem ist in der Medizintechnik (Human- und Tiermedizin) anwendbar.



DE 40 39 648 A 1

Beschreibung

Die Erfindung bezieht sich auf eine Meßwertverarbeitungseinrichtung der im Oberbegriff des Patentspruchs 1 genannten Art.

Solche Meßwertverarbeitungseinrichtungen, die über mehrkanalige, z. B. als Sensoren ausgebildete Meßwert-
erfassungseinrichtungen mit einem biologischen Objekt verbunden sind, sind allgemein bekannt. Von den
Meßwertfassungseinrichtungen aufgenommene Meßwerte werden mit vorgegebenen Werten verglichen. Bei
Übereinstimmung werden die aufgenommenen Werte gespeichert, eine Alarmeinrichtung betätigt oder eine
Steuerung des Meßobjektes vorgenommen. Aufgrund hoher Abstraten moderner Meßwertfassungseinrich-
tungen und hoher Meßkanalzahl ergibt sich eine große Datenmenge, die nur schwierig weiterzuverarbeiten ist.

Der Erfindung liegt die Aufgabe zugrunde, eine einfach aufgebaute Meßwertverarbeitungseinrichtung zu
schaffen, die bei sicherer Funktionsweise eine mehrkanalige Meßwertfassung und -verarbeitung in Echtzeit
bewältigt.

Erfindungsgemäß werden die aufgenommenen Meßwerte mit vorgegebenen Meßwertstrukturen verglichen.
Zur Datenreduktion werden die aufgenommenen Meßwerte mathematisch bewertet. Dadurch ergeben sich
besonders kurze Meßwertverarbeitungszeiten.

Weiterbildungen der Erfindung sind in den Unteransprüchen angegeben.

Die Erfindung wird anhand der Zeichnung näher erläutert.

Es zeigen:

Fig. 1 eine Darstellung einer ersten Ausführungsform der Erfindung.

Fig. 2 ein Triggermodul in einer ersten Ausführungsform.

Fig. 3 ein Triggermodul in einer zweiten Ausführungsform.

Fig. 4 ein Triggermodul in einer dritten Ausführungsform.

Fig. 5 eine Meßwertverarbeitungseinrichtung in einer zweiten Ausführungsform.

Fig. 6 eine Meßwertverarbeitungseinrichtung in einer dritten Ausführungsform.

Fig. A1 ein Meßwertfassungssystem mit Input- und Output-Beziehungen.

Fig. A5 die Funktionsweise eines Triggermoduls.

Fig. A6 den schematischen Aufbau der Struktur und Mustererkennung mittels komplexer Triggerung.

Wie in Fig. 1 gezeigt, ist ein biologisches Objekt über mehrere Meßkanäle k1 bis k5 von Meßwertfassungse-
inrichtungen 2, 3, 4, 5, 6 mit einer Meßwertverarbeitungseinrichtung 7 verbunden. Die Meßwertverarbeitungs-
einrichtung 7 umfaßt eine Einleseeinrichtung 8 zum Einlesen von Meßwerten eines oder mehrerer Kanäle k1; k2;
k3; k4; k5 der Meßwertfassungseinrichtungen 2, 3, 4, 5, 6. Die Meßwerte des mindestens einen Kanals k1; k2;
k3; k4; k5 werden einer Bewertungseinrichtung 20 zugeführt, die zur Berechnung von Werten von Kenngrößen
aus Meßwertfolgen ausgebildet ist.

Durch die Kenngrößenberechnung der Bewertungseinrichtung 20 erfolgt eine erhebliche Datenreduktion.
Die berechneten Kenngrößen werden einer Vergleichseinrichtung 9 zugeführt, die die Kenngrößen der Meß-
werte mit vorgegebenen Meßwertstrukturen vergleicht. Bewertungseinrichtung 20 und Vergleichseinrichtung 9
bilden zusammen ein sogenanntes Triggermodul, das nachstehend noch näher erläutert werden wird.

Bei Übereinstimmung der Kenngrößen der Meßwerte mit den vorgegebenen Meßwertstrukturen wird eine
Starteinrichtung 10 aktiviert, die eine Zusatzeinrichtung 12, 13, 14 startet. Die Zusatzeinrichtung kann als
Steuereinrichtung 12 ausgebildet sein, die zum Steuern des biologischen Objektes 1 vorgesehen ist. Die Zusatz-
einrichtung kann aber auch als Speichereinrichtung 13 ausgebildet sein, um die eingelesenen Meßwerte ab dem
Aktivieren der Starteinrichtung 10 zu speichern. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, daß die Zusatzeinrich-
tung als Warneinrichtung 14 ausgebildet ist zum Anzeigen eines unerwünschten Funktionszustandes des biologi-
schen Objektes 1. Selbstverständlich können die erläuterten Zusatzeinrichtungen 12, 13, 14 einzeln oder in
Kombination mit der Meßwertverarbeitungseinrichtung 7 verbunden sein. Die Stopeinrichtung 11 wird akti-
viert, wenn Übereinstimmung mit einer zweiten vorgegebenen Meßwertstruktur vorliegt. Die Stopeinrichtung
11 ist analog zur Starteinrichtung 10 mit den Zusatzeinrichtungen 12, 13, 14 verbunden.

Die Fig. 2 bis 4 zeigen den möglichen Aufbau von Triggermodulen TM. Das Triggermodul TM in Fig. 2 weist
zwei parallel angeordnete Bewertungseinrichtungen 20 auf, denen unterschiedliche Meßkanäle k1; k2; k3; k4; k5
zugeordnet sind. Die ermittelten Kenngrößen beider Bewertungseinrichtungen 20 werden der Vergleichse-
inrichtung 9 zugeführt, die bei Übereinstimmung mit vorgegebenen Meßwertstrukturen die Starteinrichtung 10
bzw. die Stopeinrichtung 11 aktivieren.

Das Triggermodul TM in Fig. 3 zeigt zwei Bewertungseinrichtungen 20, die in Reihe geschaltet sind und denen
unterschiedliche Meßkanäle k1; k2; k3; k4; k5 zugeordnet sind. Die in Reihe geschalteten Bewertungseinrich-
tungen 20 sind, wie bereits vorstehend erläutert, mit der Vergleichseinrichtung 9 verbunden.

Das Triggermodul in Fig. 4 zeigt eine Kombination der Triggermodule der Fig. 2 und 3. Zwei Bewertungse-
inrichtungen 20 sind jeweils in Reihe und weitere zwei Bewertungseinrichtungen 20 dazu parallel geschaltet,
wobei den jeweiligen Bewertungseinrichtungen 20 unterschiedliche Meßkanäle k1; k2; k3; k4; k5 zugeordnet
sind.

Wie nachstehend noch eingehender erläutert werden wird, kann die vorbestimmte Meßwertstruktur ein
einfaches Muster von Daten, z. B. eine Zahlenfolge sein, kann aber einen wesentlich komplizierteren Aufbau
haben.

Die Bewertungseinrichtung 20 ist so aufgebaut, daß Kenngrößen, wie z. B. Spitzenwerte von Meßwertfolgen,
Mittelwerte von Meßwertfolgen, Effektivwerte von Meßwertfolgen, Quantilwerte von Meßwertfolgen ermittelt
werden.

Die Bewertungseinrichtung 20 kann auch zur Bildung von gleitenden Mittelwertschätzungen, gleitenden
Momentenfunktionsschätzungen der Meßwertfolge, zur Bildung von gleitenden Momentenfunktionsschätzungen,

von rekursiven Schätzungen der Momentenfunktion, von rekursiven Schätzungen der zentrierten Momentenfunktion der Meßwertfolge, zur Bildung von rekursiven Schätzungen für Werte der Autokorrelationsfunktion, von rekursiven Schätzungen von Funktionen akkumulierter Differenzen der Meßwertfolge, von rekursiven Schätzungen der Quantilwertintervallgrenzen der Meßwertfolge, von rekursiven Schätzungen des Mittelwertes in Form der Quantilintervallmitte der Meßwertfolge, von adaptiven Mittelwerten des absoluten Betrages der Meßwertfolge, zur Bildung von adaptiv gebildeten Mittelwerten einer korrigierten Meßwertfolge, zur Bildung rekursiver Kreuzkorrelationsfunktionen und zur Bildung rekursiver Schätzungen von Funktionen akkumulierter Kreuzdifferenzen der Meßwertfolgen zur Ermittlung der Kenngrößen ausgebildet sein.

Die in einer Mehrzahl vorhandenen Bewertungseinrichtungen 20, wie, z. B. in den Fig. 2 bis 4 gezeigt, können dabei zur Ermittlung unterschiedlicher Kenngrößen ausgebildet sein.

In Fig. 5 ist eine weitere Ausführungsform gezeigt, in der zwischen Vergleichseinrichtung 9 und Starteinrichtung 10 und zwischen Vergleichseinrichtung 9 und Stopeinrichtung 11 eine Zeitbeeinflussungseinrichtung 30 geschaltet ist. Die Zeitbeeinflussungseinrichtung 30 ist dabei so ausgebildet, daß die Aktivierung der Starteinrichtung 10 und/oder der Stopeinrichtung 11 zeitlich nach Übereinstimmung mit den vorbestimmten Meßwertstrukturen oder zeitlich vor Übereinstimmung mit den vorbestimmten Meßwertstrukturen erfolgt. Selbstverständlich kann auch eine der Einrichtungen 10; 11 zeitlich nach Übereinstimmung und die andere der Einrichtungen 11; 10 vor Übereinstimmung der vorbestimmten Meßwertstrukturen aktiviert werden.

In nicht dargestellten Ausführungsformen ist die Zeitbeeinflussungseinrichtung 30 zwischen zwei Bewertungseinrichtungen 20, zwischen zwei Vergleichseinrichtungen 9 und/oder zwischen Bewertungseinrichtung 20 und Vergleichseinrichtung 9 geschaltet.

Wie Fig. 6 zeigt, ist eine Einstelleinrichtung 40 zur Einstellung der Abtastfrequenz zwischen die Meßwerterfassungseinrichtungen 2, 3, 4, 5, 6 und die Einleseeinrichtung 8 geschaltet. Die Einstelleinrichtung 40 kann dabei so ausgebildet sein, daß die Abtastfrequenz mittels erfaßter Mittelwertdurchgänge der Meßwertfolgen oder mittels rekursiv erfaßter Mittelwertdurchgänge der Meßwertfolgen ermittelt wird.

Nachstehend erfolgt die Darstellung mathematischer Grundlagen für den Erfindungsgegenstand, sowie die Erläuterung des Erfindungsgegenstandes an Hand konkreter Ausführungsbeispiele.

A. Theorie der verallgemeinerten Triggerung

In den nachfolgenden Abschnitten sollen Begriffe wie Trigger, Triggerung, Triggerkriterium, adaptive Triggerung, komplexe Triggerung, Strukturerkennung mittels Triggerung u. a. mathematisch beschrieben und gegenüber bekannten technisch realisierten Triggerverfahren verallgemeinert werden.

Die Verallgemeinerung des Begriffes Triggerung erfolgt hinsichtlich:

- Art und Struktur des auslösenden Signalzustandes,
- der Prozeßanpaßbarkeit mittels Verfahren der stochastischen Approximation (adaptive Triggerung),
- der Komplexität der Triggerverbindungen,
- des zeitlichen Regimes der Triggerung.

A. 1. Triggerung in Meßwerterfassungssystemen

Unter Triggerung wird allgemein der Start oder Storn eines Vorganges durch ein Signal $a(t)$ (Impuls, Flankenwechsel o. a.) verstanden. Das Signal $a(t)$ wird auch als Triggersignal oder kurz Trigger bezeichnet, es liegt an einem Triggerkanal k_a an. Für Meßwerterfassungssysteme ist diese Definition in bezug auf den zu startenden oder stoppenden (Meß-)Vorgang sowie das Triggersignal $a(t)$ näher zu spezifizieren.

Aus einer technischen Problemstellung heraus soll ein Meßvorgang gestartet oder gestoppt werden, wenn sich auf dem Triggerkanal eine aus Voruntersuchungen bestimmbare Signalstruktur einstellt. Dazu wird das Signal $a(t)$ am Triggerkanal überwacht und bei digitalem Meßwerterfassungssystem mittels mathematischer Verfahren bewertet. Aus den Anforderungen der technischen Problemstellung heraus erfolgt die Definition des Signalzustandes (definierter Signalzustand oder Triggerkriterium), nach der das Triggersignal $a(t)$ überwacht wird und nach dessen Eintreten die Triggerung ausgelöst wird.

Es sei S ein Meßwerterfassungssystem siehe auch Fig. A1.

$K = \{k^i\}_{i=1}^L$ sei die Menge der Eingangskanäle des Systems S und $K_i, i \in \{1, \dots, L\}$, sei der i -te Eingangskanal des Systems S .

$L = \text{max. Kanalanzahl.}$

Das am Kanal $k^i, i \leq L, i \in \mathbb{N}$ anliegende Signal wird mit $x^i(t)$ bezeichnet und

$$x_1^i, \dots, x_{N_i}^i$$

sei die am Kanal k^i zu den Zeitpunkten t_1, \dots, t_{N_i} erfaßte Meßreihe bestehend aus $N_i < \infty, N_i \in \mathbb{N}$ Meßwerten. Weiterhin sei $K_a \subset K$ eine Teilmenge der Eingangskanäle ($K_a =$ Menge der Triggerkanäle) mit $K_a = \{k_a^1, \dots, k_a^R\}$ mit $R \leq L, R \in \mathbb{N}$.

Definition A1

Triggerung ist der Start/Stop eines (Meß-)Vorganges auf einem oder mehreren Eingangskanälen $k_i \in K$ zum Zeitpunkt t_a nach dem ersten Eintreten eines definierten Signalzustandes (z. B. Impuls, Flankenwechsel) zum

Zeitpunkt t_k auf mindestens einem der Eingangskanäle $k_a' \in K_a$.

Die Eingangskanäle k_a' werden auch als Trigger- oder Auslösekanäle bezeichnet.

Entsprechend der Art der Auslösung des Meßvorganges erhält man endliche Meßreihen der Gestalt

$$X_i = (x_1^i, \dots, x_{N_i}^i) \quad \text{mit } k' \in K$$

$$0 \leq N_i < \infty, \quad \forall i, 1 \leq i \leq I.$$

mit

$t_a \triangleq t_1$ für Start des (Meß-)Vorganges bzw.

$t_a \triangleq t_{N_i}$ für Stop des (Meß-)Vorganges.

In bezug auf den zeitlichen Verlauf der Triggerung werden die Zeitpunkte

t_a — Zeitpunkt der Auslösung des Start/Stop eines (Meß-)Vorganges und

t_e — Zeitpunkt des ersten Eintretens eines definierten Signalzustandes auf mindestens einem der Auslösekanäle unterschieden.

Es gilt:

$$t_a = t_v + t_e \quad \text{mit } t_v \in \mathbb{R}$$

$t_v = t_a - t_e$ und t_v — Verzögerungszeit der Triggerung

Definition A2

1. pre-Triggerung: = eine Triggerung nach Definition 1, wobei gilt: $t_a < t_e$; ($t_v < 0$), d. h. die Auslösung des Start/Stop eines Meßvorganges zum Zeitpunkt t_a erfolgt zeitlich vor dem Eintreten eines definierten Signalzustandes zum Zeitpunkt t_e auf einem Auslösekanal aus K_a .

2. post-Triggerung: = eine Triggerung nach Definition 1, wobei gilt: $t_a > t_e$; ($t_v > 0$), d. h. die Auslösung des Start/Stop eines Meßvorganges zum Zeitpunkt t_a erfolgt zeitlich nach dem Eintreten eines definierten Signalzustandes zum Zeitpunkt t_e auf einem Auslösekanal aus K_a .

3. (com-)Triggerung: = eine Triggerung nach Definition 1, wobei gilt: $t_a = t_e$; ($t_v = 0$), d. h., das Eintreten eines definierten Signalzustandes auf einem Auslösekanal aus K_a löst den Start/Stop eines Meßvorganges ohne Zeitverzögerung aus.

Es sei $k_{a1} \in K_a$ ein Auslösekanal und $a_1(t)$ das am Kanal k_{a1} anliegende Triggersignal, welches auf das Eintreten eines definierten Signalzustandes (Impuls, Flankenwechsel) überwacht wird. Wird der Verlauf des Signales $a_1(t)$ über längere Zeiträume verfolgt, erfordert dies bei mehrmaligen hintereinander Auftreten definierter Signalzustände eine entsprechende Indizierung von t_a und t_e der Form:

t_e^i — i -ter Zeitpunkt des Eintretens eines definierten Signalzustandes auf dem Auslösekanal k_{a1} .

t_a^i — i -ter Zeitpunkt der Auslösung des Start/Stop eines (Meß-)Vorganges. (A 1/1)

Bisherige Betrachtungen des am Auslösekanal k_a anliegenden Signales $a_1(t)$ setzen dessen Stetigkeit voraus. Wird das Signal nur in diskreter Form erfaßt, (etwa in digitalisierter Form über das Meßwerterfassungssystem eines Computers) oder liegt es selbst nur zu diskreten Zeitpunkten vor, so spricht man von diskreter Triggerung.

Es erfolgt der Übergang zu einer äquidistanten Zeitbasis der Form:

$$t = r \cdot \Delta t, \quad \text{mit } r \in \mathbb{G} \text{ und } f_A = \text{Abtastfrequenz,}$$

mit der die Werte am Auslösekanal erfaßt werden.

$$\Delta t = \frac{1}{f_A}$$

Das Eintreten eines definierten Signalzustandes kann jetzt nur zu einem diskreten Zeitpunkt

$$t_e = s \cdot \Delta t, \quad s \in \mathbb{G}$$

erkannt werden.

Nach Einführung und Definition des Begriffs Triggerung in Meßwerterfassungssystemen erfolgt entsprechend den Forderungen an Systeme mit wechselnden Betriebsbedingungen die Konstruktion prozeßangepaßter Triggerverfahren. Dies geschieht zunächst auf der Basis deterministischer Triggersignale und wird in den Abschnitten A 3/A 4 auf stochastische Triggersignale verallgemeinert. In den sich anschließenden Abschnitten A 5/A 6 werden Grundlagen für prozeßangepaßte Triggerverfahren zur Indikation komplexer Signalmuster und Strukturen dargestellt.

A.2 Triggerung auf Basis deterministischer Signale

Im Mittelpunkt der folgenden 3 Abschnitte soll die Möglichkeit der mathematischen Beschreibung des definierten Signalzustandes (Triggerkriteriums) und die Bestimmung des Zeitpunktes t_c des ersten Eintretens des Triggerkriteriums stehen.

Es seien T und A zwei beliebige Mengen aus \mathbf{R} , σ_T bzw. σ_A seien Sigmaalgebren über Borelmengen aus T bzw. A . Das Triggersignal $a(t)$ mit $a: t \mapsto a(t)$ sei eine (σ_T, σ_A) meßbare Funktion mit dem Definitionsgebiet T und Werten in A . Die Art und Struktur des Triggerkriteriums beschreibende Funktion h sei eine Funktion von Werten aus $A \times A$ in eine Menge $H \subseteq \mathbf{R}$ und $(\sigma_A \times \sigma_A, \sigma_H)$ — meßbar, wobei σ_H eine Sigmaalgebra von Untermengen aus H ist.

Definition A3

$t_c \in T$ heißt Zeitpunkt t_c des ersten Eintretens des Triggerkriteriums falls gilt:

$$t_c = \min\{t: h[a(t), a(t^*)] \in H_c; H_c \in \sigma_H; t, t^* \in T\}.$$

Die Bedingung $h[a(t), a(t^*)] \in H_c$ definiert das Triggerkriterium nach dem das Triggersignal $a(t)$ überwacht wird, sie wird auch als Triggerbedingung bezeichnet. H_c heißt Triggermenge.

Ist das Triggerkriterium nur durch mehrere Bedingungen charakterisierbar, definiert man t_c durch

$$t_c = \min\{t: \bar{h}[a(t), a(t^*)] \in H_c; H_c \in \sigma_H; t, t^* \in T\}.$$

\bar{h} sei jetzt ein Vektorenvektor der Form

$$\bar{h} = (h_1, \dots, h_Q), Q \in \mathbf{N} \text{ und}$$

$$H_c = H_c^1 \times \dots \times H_c^Q \in \sigma_H, H_c^i \in \sigma_H, i = 1, \dots, Q,$$

wobei die $h_i: \{\sigma_A \times \sigma_A, \sigma_H\}$ — meßbare Funktionen von Werten aus $A \times A$ in $H^i \subseteq H \subseteq \mathbf{R}$ sind und σ_H ein System von Teilmengen von H ist.

mit $1 \leq i \leq Q$. Die Bedingung $\bar{h}[a(t), a(t^*)] \in H_c$

hat dann die Vektorgestalt $h_i[a(t), a(t^*)] \in H_c^i,$

$$h_Q[a(t), a(t^*)] \in H_c^Q.$$

Die eingeführten Begriffe und Definitionen sollen an Hand einiger Beispiele illustriert werden.

1. Grenzwerttriggerung

Es gelte:

$h = I$ — identische Abbildung

$Q = 1, t = t^*$

$H = A,$

damit ist

$$h[a(t), a(t^*)] = a(t) \text{ und}$$

$$t_c = \min\{t: a(t) \in H_c, t \in T\}.$$

Ist $H_c = (a_g^-, a_g^+)$ ein zusammenhängendes offenes Intervall aus \mathbf{R} mit $a_g^- = -\infty$ oder $a_g^- \in \mathbf{R}$ fest und $a_g^+ = \infty$ oder $a_g^+ \in \mathbf{R}$ fest und $a_g^- \leq a_g^+$, so erhält man die folgenden bekannten Triggerkriterien.

Triggerkriterium definiert dadurch,
daß das Triggersignal

Triggerbedingung

a) $a(t)$ einen Wert a_g^- überschreitet

$$a(t) \in (a_g^-, \infty)$$

b) $a(t)$ einen Wert a_g^+ unterschreitet

$$a(t) \in (-\infty, a_g^+)$$

c) $a(t)$ ein vorgegebenes Intervall (a_g^-, a_g^+) verläßt

$$a(t) \in \mathbf{R} \setminus (a_g^-, a_g^+)$$

d) $a(t)$ in ein vorgegebenes Intervall eintritt

$$a(t) \in (a_g^-, a_g^+)$$

Bemerkung:

Die Triggerbedingungen sind auch über abgeschlossene Mengen $H_c = [a_g^-, a_g^+]; |a_g^-| \neq \infty, |a_g^+| \neq \infty$ definierbar.

2. Differenzentriggerung

Es gelte:

- 3 $Q = 1, t^* = t - \sigma, \sigma > 0, \text{ fest}$
 $H_c = [a_g^-, \infty), a_g^- \geq 0.$

h sei definiert durch

16 $h[a(t), a(t^*)] = |a(t) - a(t^*)|$

und der Zeitpunkt des ersten Eintretens des Triggerkriteriums durch

15 $t_c^d = \min\{t: |a(t) - a(t - \sigma)| > a_g^-, t \in T\}.$

Der definierte Signalzustand wird hier durch eine sprunghafte Änderung des Signalverlaufes charakterisiert, d. h. der Zeitpunkt t_c wird als Zeitpunkt definiert, zu dem sich der Signalverlauf $a(t)$ innerhalb eines definierten Zeitintervalls σ um mehr als den Wert $a_g^- > 0$ ändert.

20 **Bemerkungen**

1. Neben der reinen Differenzen- oder Abstandstriggerung kann zusätzlich eine Bewertung der Flankenrichtung low-high bzw. high-low zur Charakterisierung des definierten Signalzustandes hinzugezogen werden, man spricht dann auch von Trendtriggerung. Die Funktion h wird dann ohne den Betrag definiert:

25 $h(a(t), a(t^*)): = a(t) - a(t^*)$

t_c bestimmt man bei Differenzentriggerung mit Low-High-Wechsel durch,

30 $t_c^l = \min_{t \in T} \{t: h(a(t), -a(t^*)) \in H_c, H_c = [a_g^-, \infty), a_g^- > 0 \text{ fest}\}$

35 und mit für High-Low-Wechsel durch

40 $t_c^h = \min_{t \in T} \{t: h(a(t), a(t^*)) \in H_c, H_c = (-\infty, a_g^+], a_g^+ < 0 \text{ fest}\}.$

2. Bei diskreter Triggerung mit äquidistanter Abtastfrequenz gilt:

45 $|t_{i+1} - t_i| = \Delta t \quad \forall i$
 $\delta = d \cdot \Delta t \quad \text{mit} \quad \frac{1}{\Delta t} = f_A \text{ Abtastfrequenz}$
 und $d \in \mathbb{N}$

50 Den Zeitpunkt des ersten Eintritts des Triggerkriteriums (Differenztriggerung) erhält man nach:

55 $t_c^d = \min_{t \in T} \{t: h(a(t), -a(t^*)) = |a(m \cdot \Delta t) - a([m - d] \cdot \Delta t)| > a_g^-\}; T = \{t: t = \Delta t \cdot m, m \in \mathbb{N}\}.$

3. Monotonie-Triggerung

Es gelte:

$$\begin{aligned}
 Q &= 2, t_1 & t &= \delta, \delta > 0, \delta \text{ fest} \\
 t_2 & & t &= t + \delta \text{ und} \\
 h \text{ mit } h & & (h_1, h_2) & \text{ sei definiert durch} \\
 h_1(a(t_1), a(t_1)) & & a(t) &= a(t - \delta), \\
 h_2(a(t_1), a(t_2)) & & a(t) &= a(t + \delta), \\
 \text{ } & & \min \{t_2 - h_1(a(t), a(t_1)) \in H_1^1, h_2(a(t), a(t_1)) \in H_2^1\}.
 \end{aligned}$$

5

Das Triggerkriterium ist hier aus dem Monotonieverhalten des Triggers $a(t)$ definierbar, es gilt:

10

Triggerkriterium definiert dadurch, daß das Triggersignal ein	Triggermenge H_1^1	H_2^1
Lokales Maximum annimmt	(a_2^-, ∞)	$(0, \infty)$
Lokales Minimum annimmt	$(-\infty, 0)$	$(-\infty, 0)$
(streng)monoton wachsend ist	$(0, \infty) \cap [0, \infty)$	$(-\infty, 0) \cap (-\infty, 0]$
(streng)monoton fallend ist	$(-\infty, 0) \cap (-\infty, 0]$	$(0, \infty) \cap [0, \infty)$

15

20

A.3. Stochastische Ansätze zur Triggerung von Meßvorgängen

Bisherige Betrachtungen und Definitionen zur Triggerung setzten deterministische Triggersignale voraus. Verwendet man zur Triggerung Prozeßsignale, ist dies nicht mehr gegeben (vergl. Kap. A.2.). Das am Auslösesignal k_a erfaßte Signal wird deshalb im folgenden als stochastischer Prozeß $(X_t)_{t \in T}$ aufgefaßt, wobei T i. a. als Menge von Zeitpunkten (Zeitbasis) interpretiert wird.

25

$X_T = (X_t)_{t \in T}$ ($T \neq \emptyset$) sei eine Familie von zufälligen Variablen über einen gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsraum $[\Omega, \mathcal{U}, P]$ mit Werten in einem meßbaren Raum $[E, \mathcal{B}]$.

30

$X(t, \omega)$ kann als Abbildung von $T \times \Omega$ in E aufgefaßt werden. Für festes $t \in T$ als Funktion von ω ist $X(t, \omega) (\mathcal{U}, \mathcal{B})$ -meßbar $X(t, \omega) = X_t(\omega)$ für festes t .

Im folgenden sei $\mathcal{F}_t \subseteq \mathcal{U}$ die σ -Algebra der Ereignisse, die im Zusammenhang mit dem Prozeß X_t bis zum Zeitpunkt t eintreten können. \mathcal{F}_t sei die von den Größen $(X_s, s \leq t)$ erzeugte σ -Algebra, $\mathcal{F}_t = \sigma(X_s, s \leq t)$.

$(\mathcal{F}_t)_{t \in T}$ ist dann eine aufsteigende Familie von σ -Unteralgebren von \mathcal{U} , der Form $\mathcal{F}_s \subseteq \mathcal{F}_t \subseteq \mathcal{U}$, $\forall s, t \in T$ mit $s \leq t$.

35

Definition A4:

Es sei $[\Omega, \mathcal{U}, P]$ ein Wahrscheinlichkeitsraum und $(\mathcal{F}_t)_{t \in \mathbb{R}^+}$ eine aufsteigende Familie von σ -Unteralgebren von $\mathcal{B}([0, t])$ sei eine σ -Algebra von Borel-Mengen über $[0, t]$. Ein zufälliger Prozeß $(X_t)_{t \in \mathbb{R}^+}$ definiert auf $[\Omega, \mathcal{U}, P]$ mit Werten in $[E, \mathcal{B}]$ heißt meßbar bzgl. der Familie (\mathcal{F}_t) , falls für jedes $t \in \mathbb{R}^+$ die Abbildung $(t, \omega) \mapsto X_t(\omega)$ aus $(0, t) \times \Omega$ in $[E, \mathcal{B}]$ meßbar bzgl. der σ -Algebra ist, die von $\mathcal{B}([0, t]) \times \mathcal{F}_t$ erzeugt wird.

40

Zunächst soll der Begriff der Stoppzeit eingeführt werden.

45

Definition A5:

Eine Abbildung τ von einer nichtleeren Menge $\Omega_t \subseteq \Omega$ mit Werten in T heißt Stoppzeit bezüglich $(\mathcal{F}_t)_{t \in T}$ oder kurz (\mathcal{F}_t) -Stoppzeit falls $\forall t \in T$ die Beziehung $\{\tau \leq t\} \in \mathcal{F}_t$ gilt.

Die Menge T wird ab jetzt entsprechend den Forderungen bei diskreten Meßwerterfassungssystemen als Menge diskreter Zeitpunkte betrachtet mit $T = \{t^1, t^2, \dots, t^N, \dots\}$, $N \in \mathbb{N}$.

50

Satz A1

$$\{X_t\}_{t \in T}$$

55

sei eine Folge zufälliger Größen über $[\Omega, \mathcal{U}, P]$ mit Werten in $[E, \mathcal{B}]$, $t_i \in T \subseteq \mathbb{R}$ und $T = \{t^1, t^2, \dots, t^N, \dots\}$.

h sei eine meßbare Abbildung von $E_1 \times \dots \times E_M \rightarrow \mathbb{R}$: $M \in \mathbb{N}$, $M < \infty$ und $E_i \subseteq E$. Dann ist die Abbildung

60

$t_c(\omega): \Omega \rightarrow T$ mit

$$t_c = \min \{t_N - h(X_{t_{N-M+1}}(\omega), \dots, X_{t_N}(\omega)) \in H_r, t \in T, H_r \in \mathcal{B}_R\}$$

65

eine (\mathcal{F}_t) -Stoppzeit.

Beweis

Da h eine meßbare Abbildung von

5 $E := \prod_{i=1}^M X_i E_M \rightarrow \mathbf{R}$ ist, gilt

$$h^{-1}(S') \in \sigma_{E_1 \times \dots \times E_M}, \\ \forall S' \in \mathfrak{B}_{\mathbf{R}}.$$

10 Es ist noch zu zeigen:

$$\{\omega: t_c(\omega) \leq t\} \in \mathfrak{F}_t \text{ mit } \mathfrak{F}_t = \sigma(X_s, s \leq t); \forall t \in T.$$

Dies gilt nach folgenden Bedingungen

15

$$\{\omega: \min\{t_N, h^{-1}(X_{t_{N-M+1}}(\omega), \dots, X_{t_N}(\omega)) \in H_c, t_i \in T, H_c \in \mathbf{B}_{\mathbf{R}}\} \neq \emptyset$$

$$20 \bigcup_{\substack{N \in \mathbf{N} \\ M \in \mathbf{N}}} \{\omega: h^{-1}(X_{t_{N-M+1}}(\omega), \dots, X_{t_N}(\omega)) \in H_c, t_i \in T\}$$

$$25 \bigcup_{\substack{N \in \mathbf{N} \\ M \in \mathbf{N} \\ t_i \in T}} \{\omega: (X_{t_{N-M+1}}(\omega), \dots, X_{t_N}(\omega)) \in h^{-1}(H_c) \in \sigma_{E_1 \times \dots \times E_M} \in \sigma(X_s, s \leq t)\} \in \mathfrak{F}_t. \blacksquare$$

Im folgenden soll nun der Zeitpunkt t_c des ersten Eintretens des Triggerkriteriums auf X_t als Stoppzeit
 30 eingeführt werden, wobei das Triggerkriterium jetzt über stochastische Eigenschaften und Merkmale des
 Prozesses X_t definiert werden soll.

Zur Beschreibung des Triggerkriteriums dient eine Abbildung h von

$$35 \prod_{i=1}^M E_i$$

mit Werten in einem meßbaren Raum $[H, \mathfrak{F}]$, mit

$$40 \prod_{i=1}^M E_i = E_1 \times \dots \times E_M, \quad M \in \mathbf{N}.$$

45 Für feste t_1, t_2, \dots, t_N als Funktion von ω ist

$$h(X_{t_{N-M+1}}(\omega), \dots, X_{t_N}(\omega)) = h_{t_{N-M+1}, \dots, t_N}(\omega) \text{ (H, } \mathfrak{F}) \text{ - meßbar.}$$

50 Definition A6

Es sei H_c eine Teilmenge von H und h eine Abbildung von

$$55 \prod_{i=1}^M E_i$$

in H . Dann bezeichnet man die Bedingung

60

$$h(X_{t_{N-M+1}}(\omega), \dots, X_{t_N}(\omega)) \in H_c$$

als Triggerkriterium (Triggerbedingung). H_c heißt Triggermenge.

65

Definition A7

Die Abbildung t_c mit $t_c: \Omega \rightarrow T$ heißt Zeitpunkt des ersten Eintretens des Triggerkriteriums $\{h \in H_c\}$ falls gilt:

$$t_i := \min \{t_N : h^i(X_{t_N-M+1}(\omega), \dots, X_{t_N}(\omega)) \in H_c, t_i \in T, i \in \mathbb{N}\}$$

Folgerung A1

Es sei $N \geq 1$; $[H, \mathcal{H}] := [E, \mathcal{B}]$ und $h(t, \omega) = X(t, \omega)$ ein zufälliger Prozeß. \mathcal{F}_t sei eine aufsteigende Familie von σ -Unteralgebren von \mathcal{H} .

Dann ist die Abbildung

$$t_c := \inf \{t : X_t(\omega) \in H_c, t \in T\} \text{ eine } (\mathcal{F}_t)\text{-Stopppzeit.}$$

Beweis

Folgt aus Satz A1 mit $M = 1$ und $h = I$ identische Abbildung ■

Es sei

$$\{X_t\}_{t_i \leq t, i \in \mathbb{N}}$$

eine Folge zeitlich aufeinanderfolgender gegebenenfalls abhängiger Zufallsgrößen definiert auf $[\Omega, \mathcal{H}, P]$ mit Werten in $[E, \mathcal{B}]$. Es gelte $E|X_t| = \mu < \infty$.

Das Triggerkriterium wird im folgenden über Eigenschaften von Stichprobenfunktionen der Folge

$$\{X_{t_i}\}_{i \in \mathbb{N}}$$

eingeführt. Die Schätzung des Triggerzeitpunktes t_c erfolgt über die gleitende Schätzung von Stichprobenfunktionen.

a) Ermittlung von t_c über die gleitende Mittelwertschätzung

Folgerung A2

Es sei h^i eine Abbildung von

$$\prod_{i=1}^M E_i \text{ in } H; H_c \subseteq H; E_i \subseteq E, \forall i; \mathcal{F}_t := \sigma(X_s, s \leq t) \text{ dann ist } t_c^i \text{ mit}$$

$$t_c^i := \min \{t_N : h^i(X_{t_N-M+1}(\omega), \dots, X_{t_N}(\omega)) \in H_c, t_i \in T, \forall i \in \mathbb{N}\},$$

wobei gilt

$$h^i(X_{t_N-M+1}(\omega), \dots, X_{t_N}(\omega)) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{t_N} X_{t_i}(\omega),$$

eine (\mathcal{F}_t) -Stopppzeit.

Beweis

Folgt aus Satz A1 und Meßbarkeitseigenschaften mit

$$h^i(X_{t_N-M+1}(\omega), \dots, X_{t_N}(\omega)) = \sum_{i=1}^{t_N} X_{t_i}(\omega)$$

das heißt, als Linearkombination meßbarer Größen $X_{t_i}(\omega)$ ist h wieder meßbar.

b) Ermittlung von t_c über gleitende Momentenfunktionenschätzung

Folgerung A3

Es sei m_h^K eine Abbildung von

$\prod_{i=1}^M F_i$ in \mathcal{H} ; $H_i \subseteq \mathcal{H}$; $F_i = F$, $\forall i$; $\mathcal{F}_i = \sigma(X_s, s \leq t)$, dann ist ${}^m t_c^K$ mit

$${}^m t_c^K := \min \{t_N : {}^m h^K(X_{t_N-M+1}(\omega), \dots, X_{t_N}(\omega)) \in H_c, t_i \in T, \forall i \in N\},$$

wobei gilt

$${}^m h^K(X_{t_N-M+1}(\omega), \dots, X_{t_N}(\omega)) = \frac{1}{M} \sum_{i=t_N-M+1}^{t_N} X_{t_i}^K(\omega),$$

eine (\mathcal{F}_i) -Stopppzeit.

Beweis

${}^m h^K$ ist nach Meßbarkeitseigenschaften eine meßbare Funktion, die Aussage folgt somit aus Satz A1 ■

Bemerkung

Für $K=2$ entspricht die gleitende Schätzung der 2. Momentenfunktion einer Schätzung des Effektivwertes zum Quadrat der Folge

$$\{X_{t_i}\}_{t_i \in T}$$

c) Ermittlung von t_c über gleitende zentrierte Momentenfunktionenschätzung

Folgerung A4

Es sei ${}^z h^K$ eine Abbildung von

$\prod_{i=1}^M F_i$ in \mathcal{H} ; $H_c \subseteq \mathcal{H}$; $F_i = F$, $\forall i$; $\mathcal{F}_i = \sigma(X_s, s \leq t)$, dann ist ${}^z t_c^K$ mit

$${}^z t_c^K := \min \{t_N : {}^z h^K(X_{t_N-M+1}(\omega), \dots, X_{t_N}(\omega)) \in H_c, t_i \in T, \forall i \in N\},$$

wobei gilt

$${}^z h^K(X_{t_N-M+1}(\omega), \dots, X_{t_N}(\omega)) = \frac{1}{M} \sum_{i=t_N-M+1}^{t_N} |X_{t_i}(\omega) - \mu|^K,$$

eine (\mathcal{F}_i) -Stopppzeit.

Beweis

Analog Beweis Folgerung A3 ■

Bemerkungen

1. Für $K=2$ entspricht die gleitende Schätzung der 2. zentrierten Momentenfunktion der Schätzung der Streuung der Folge

$$\{X_{t_i}\}_{t_i \in T}$$

2. Ist μ unbekannt, wird μ durch die Schätzung

$$h^1(X_{t_N-M+1}(\omega), \dots, X_{t_N}(\omega))$$

gemäß Folgerung A2 ersetzt.

Der wesentliche Nachteil stochastischer Ansätze zur Definition von Triggerzeitpunkten auf Basis von Stichprobenfunktionen liegt in der Trägheit der Indikation des Triggerkriteriums sowie in den geringen Möglichkeiten der Anpaßbarkeit an spezielle Signalstrukturen des Auslösekanals. Die Realisierung dieser Triggerung mittels rechnergestützter Meßwertauffassungssysteme erfordert einen hohen Speicherbedarf, sowie extrem hohe Verarbeitungsgeschwindigkeiten. Die Überwindung dieser Nachteile ist unter Nutzung von Verfahren der stochastischen Approximation zur Konstruktion rekursiver Triggerverfahren möglich.

Von großem praktischen Interesse sind Verfahren, die mittels rechnergestützten Meßwertauffassungssystemen in Echtzeit und mit geringem Speicherplatzbedarf realisierbar sind.

A.4. Triggerung auf Basis von Verfahren der stochastischen Approximation

Die Bestimmung des Triggerzeitpunktes erfolgt auch hier über die Schätzung von Kenngrößen von Stichprobenfunktionen. Zur Schätzung erfolgt die Konstruktion rekursiver Verfahren der Gestalt:

$$S_n = s_n,$$

$$S_{i_{N+1}} = S_{i_N} + \gamma_{i_N} \cdot W[S_{i_N}, X_{i_N}(\omega)],$$

wobei W eine meßbare Funktion, definiert auf $\mathbf{R} \times E$ mit Werten in \mathbf{R} , darstellt. Für die Folge γ_{i_N} gilt:

$$\sum_n \gamma_{i_n} = \infty \quad \text{und} \quad \sum_n \gamma_{i_n}^2 < \infty$$

Die Konvergenz dieser Verfahren kann mittels Methoden der stochastischen Approximation nachgewiesen werden. Dabei liefert die Theorie der stochastischen Approximation sowohl die Möglichkeit eine Vielzahl derartiger rekursiver Schätzfunktionen zu konstruieren, als auch Grundgedanken für eine adaptive Gestaltung dieser Prozeduren.

Unter Adaptivität wird dabei eine Anpassung der Schätzalgorithmen an veränderte Strukturbedingungen (Instationaritäten) der Prozesse verstanden, wobei gegebenenfalls ein Verzicht auf Konvergenz im klassischen Sinne erfolgt. Diese Herangehensweise wird ausführlich im Abschnitt B beschrieben.

Auf der Basis der allgemeinen Ansätze zur stochastischen Approximation erfolgt die Konstruktion rekursiver Schätzverfahren für Kenngrößen von Stichprobenfunktionen. Dabei werden im folgenden Ergebnisse von Abschnitt B zur Definition und Ermittlung des Triggerzeitpunktes t_c verwendet. Die Verfahren zeichnen sich durch eine hohe Prozeßanpaßbarkeit aus.

Von großer Bedeutung ist dabei die Wahl der Folge γ_n , über die die Geschwindigkeit der Anpassung (Adaption) von Kenngrößen an Signalstrukturen und Muster gesteuert werden kann. Auf Wirkungsweise und Definitionsmöglichkeiten der Folge γ_n wird im Abschnitt B.2 ausführlich behandelt.

a) Schätzung von t_c über die rekursive Schätzung von Momentenfunktionen

Folgerung A5

Es sei m_h^K eine Abbildung von

$E_1 \times E_2$ in H , $H_1 \subset H$, $E_1 = E_2 = H$; und $\mathcal{F}_t = \sigma\{X_s, s \leq t\}$, dann ist m_h^K mit

$$m_h^K = \min\{h_n, m_h^K(m_h^{K-1}, X_{i_N}) \in H_1, \forall i_N \in T\},$$

wobei m_h^K rekursiv gemäß

$$m_h^K = c \cdot \text{constant},$$

$$m_h^K = m_h^K(m_h^{K-1}, X_{i_N}) = m_h^K(\gamma_{i_N}(m_h^{K-1}, X_{i_N}^{K-1}))$$

berechnet wird, eine (\mathcal{F}_t) -Stopzeit.

Beweis

h ist als Funktion meßbarer Größen wieder meßbar und erfüllt somit die Bedingungen vom Satz 1 ■

Bemerkungen

1. Für $K = 1$ erfolgt die Schätzung der Mittelwertfunktion der Folge $\{X_i\}$.
2. Für $K = 2$ erfolgt die Schätzung des quadratischen Effektivwertes der Folge $\{X_i\}$.

b) Schätzung von t_c auf Basis der Schätzung zentrierter Momentenfunktion

Folgerung A6

Es sei h^K eine Abbildung von $H \times E$ in H , $H_c \subseteq H$; und,

$\mathcal{F}_t = \sigma\{X_s, s \leq t\}$, dann ist t_c^K mit

$$t_c^K = \min \{t_N : {}^2h^K({}^m h_{N-1}, X_{t_N}(\omega)) \in H_c, \forall \omega \in T\},$$

wobei h^K rekursiv gemäß

$${}^2h_N^K = c = \text{constant},$$

$${}^1h_N^K = {}^1h_{N-1}^K + \gamma_N ({}^1h_{N-1}^K - (X_{t_{N-1}}^K - \mu)^K)$$

berechnet wird, eine (\mathcal{F}_t) -Stopzeit.

Beweis

Analog Beweis Folgerung A5 ■

Bemerkungen

1. Für $K = 2$ erfolgt die Schätzung der Streuung der Folge $\{X_i\}$.
2. Ist μ unbekannt, wird μ durch die Schätzung

$${}^m h_{t_N}^1$$

gemäß Folgerung A5 ersetzt.

c) Schätzung von t_c auf Basis der Schätzung von Quantilwerten

Sei

$$\{X_{t_i}\}_{i=1,2,\dots}$$

eine Folge von identisch verteilten Zufallsgrößen mit der Verteilungsfunktion F_X .

Definition A8

Z_α heißt α -Quantil der Verteilung F_X , falls gilt

$$F_X(Z_\alpha) \leq \alpha \leq F_X(Z_\alpha + 0) \text{ mit } 0 < \alpha < 1.$$

Im Abschnitt B.1 wird ein rekursives Verfahren zur Schätzung der α -Quantile durch

$$Q_0(0) = q \text{ Startwert, constant}$$

$$Q_{t_N} = Q_{t_N} + \gamma_{t_N} - \gamma_{t_{N-1}}(Q_{t_{N-1}}, X_{t_N}(\omega)),$$

$$\text{mit } \gamma_{t_N}(x, X_{t_N}(\omega)) = \begin{cases} \alpha - 1 & \text{für } X_{t_N}(\omega) < x \\ \alpha & \text{für } X_{t_N}(\omega) \geq x \end{cases}$$

$$= \alpha - I_{\{X_{t_N}(\omega) < x\}}(\omega),$$

wobei $I_N(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{falls } \omega \in A \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

für $\{Y_N\}_{N=1,2,\dots}$ gelte $\sum_{n=1}^{\infty} Y_N = \infty$, $\sum_{n=1}^{\infty} Y_N^2 < \infty$ 5

beschrieben.

Auf der Basis dieses Verfahrens erfolgt die Definition zweier Toleranzbereichsgrenzen für die Zufallsgrößen 10

$\{X_i\}_{i=1,2,\dots}$

die einen prozentualen Anteil $\alpha = 100\%$ dieser Zufallsgrößen einschließen. 15

Die Toleranzbereichsgrenzen Z_i^+ und Z_i^- werden rekursiv nach $Z_{i_0}^+ = z_0^+$ Startwert, fest, beliebig.

$$Z_{i_N+1}^+ = Z_{i_N}^+ + Y_{i_N} \cdot [\alpha - I_N(\omega)];$$

$$A = \{\omega : X_{i_N}(\omega) > Z_{i_N}^+\} \quad 20$$

und

$$Z_{i_0}^- = z_0^- \text{ Startwert, fest, beliebig.} \quad 25$$

$$Z_{i_N+1}^- = Z_{i_N}^- - Y_{i_N} \cdot [\alpha - I_B(\omega)]; \quad B = \{\omega : X_{i_N}(\omega) < Z_{i_N}^-\}$$

bestimmt 30

Z_i^+ — heißt oberer Schwellwert zum Zeitpunkt t_i ;

Z_i^- — heißt unterer Schwellwert zum Zeitpunkt t_i .

Im folgenden werden Triggerzeitpunkte t_c des ersten Eintretens eines definierten Signalzustandes eingeführt, wobei die Definition des Triggerkriteriums über stochastische Kenngrößen auf Basis der Schwellwerte Z_i^+ , Z_i^- erfolgt. 35

$$t_c^A = \min \{t_N : h^A(t_N, \omega) \in H_c, \quad t_N \in T, \quad H_c \in H\} \quad 40$$

$$\text{mit } h^A(t_N, \omega) = Z_{i_N}^+(\omega) - Z_{i_N}^-(\omega).$$

Starke Schwankungen in der Folge der Zufallsgrößen 45

$\{X_i\}_{i=1,2,\dots}$

werden durch das Ansteigen der Intervallbreite 50

$$Z_{i_N}^+ - Z_{i_N}^- = a_F, \quad a_F \in \mathbb{R}^+,$$

z. B. über einen Grenzwert a_F angezeigt.

Aussagen über Monotonie-Verhalten der Folge der Zufallsgrößen 55

$\{X_i\}_{i=1,2,\dots}$

erhält man z. B. durch 60

$$t_c^W \text{ mit } t_c^W = \min \{t_N : a_{i_N}^W > a_W\},$$

$$\text{wobei } \left(a_{i_N}^W = \left[\sum_{j=1}^i I_{\{X_{i_N} > Z_{i_N}^+\}}(\omega) \right] - I_{\{X_{i_N} < Z_{i_N}^-\}}(\omega) \right) \quad 65$$

Dabei gibt t_e^w den Zeitpunkt an, zu dem sich in der Folge der Zufallsgrößen

$$\{X_i\}_{i=1,2}$$

ein monotoner Trend (monoton wachsend) der Länge n_w zeigt.
Analog gilt für Abschnitte der Länge n_F , in denen die Folge

$$\{X_i\}_{i=1,2}$$

monoton fällt:

$$t_e^F = \min \{t_N - a_N \cdot n_F\}$$

mit

$$a_i = \left[\sum_{j=0}^N I_{\{X_{t_i}(\omega) > Z_{i-1}(\omega)\}} \right] \cdot I_{\{X_{t_i}(\omega) > Z_{i-1}(\omega)\}}.$$

Bemerkungen

1. Über die Schwellwerte Z_i^+ und Z_i^- lassen sich eine große Vielzahl von Signaleigenschaften beschreiben, die gleichzeitig zur Definition von Triggerkriterien herangezogen werden können.
2. Eine optimale Anpassung von Kenngrößen über Quantilwertschätzungen läßt sich durch geeignete Wahl von γ_i und α erreichen.

d. Rekursive Schätzung für Werte von Korrelationsfunktionen

Es seien

$$\{X_i\}_{i=1,2}, \dots, \{Y_i\}_{i=1,2}$$

zwei Folgen von Zufallsgrößen mit

$$Y_{t_i} = f \cdot (X_{t_i+v}, v \in \mathbf{R}^+, f \text{ — meßbar, es gelte}$$

$$\tau = v \cdot \Delta t, \Delta t := (t_{i+1} - t_i), \forall i$$

und $\{X_{ij}\}$ sei eine Folge unabhängiger Zufallsgrößen.

Durch

$$R_0(v) = r_0,$$

$$R_{N+1}(v) = R_N(v) + \gamma_{N+1} (R_N(v) - X_{t_{N+1}} \cdot X_{t_{N+1}+t})$$

ist eine rekursive Schätzung für die Autokorrelation des Prozesses X_t gegeben.

Mit t_e^{Aut} , wobei

$$t_e^{\text{Aut}} = \min \{t_N - R_N(R_{N+1}, X_{t_{N+1}}, Y_{t_{N+1}+t}) \in H_e\}$$

wird der Triggerzeitpunkt eingeführt, zu dem die rekursive Punktschätzung der Autokorrelationsfunktion des Prozesses X_t in der Triggermenge H_e liegt.

Analog ist über die Kreuzkorrelation zweier Prozesse X_t, Y_t (nach obiger Definition) ein Triggerkriterium definierbar.

$\tau_k^{(n)}$ ist dabei definiert durch

$$\tau_k^{(n)} = \min \{k : C_{1k}(C_{1N}(v), X_{1N+1}, Y_{1N+1}) \neq H\}$$

mit $C_{1N}(v) = c_{1N}$.

$$C_{1k+1}(v) = C_{1k}(v) - \gamma_{1k}(C_{1k}(v) - X_{1k+1} - Y_{1k+1})$$

und somit der erste Zeitpunkt, zu dem die rekursive Schätzung für die Kreuzkorrelation der Folgen

$$\{X_i\}_{i=1,2,\dots}, \{Y_i\}_{i=1,2,\dots}$$

Werte in H annimmt.

Die Konvergenz beider rekursiver Verfahren für die Schätzung von Werten der Auto- und Kreuzkorrelationsfunktion für Folgen von Zufallsgrößen entsprechend den obigen Bedingungen folgt aus Satz A.2

Satz A.2

Es sei

$$\{X_{1N}, Y_{1N}\}_{N=0,1,2,\dots}$$

eine Folge zweidimensionaler zufälliger Vektoren mit

$$\{X_{1N}\}_{N=0,1,2,\dots}$$

einer Folge von unabhängigen Zufallsgrößen und

$$Y_{1N} = g(X_{1N+1})$$

g und f seien meßbare Abbildungen.

Durch

$$Z_{1N} = f(X_{1N}, g(X_{1N+1}))$$

sei eine Folge von Zufallsgrößen

$$\{Z_{1N}\}_{N=0,1,2,\dots}$$

definiert

$$\mathfrak{F}_u = \sigma(Z_{1N} : N \leq u)$$

ist die σ -Algebra der Ereignisse, die bis zum Zeitpunkt u in Zusammenhang mit dem zufälligen Prozeß Z_{1N} eingetreten sind. Unter der Bedingung, daß

$$a) E[Z_{1N}^{(k+1)}] = 0,$$

$$b) \gamma_t = \frac{C}{t+1}$$

mit $t=0, 1, 2, \dots, c=\text{constant}$ gelten, konvergiert die Schätzfunktionsfolge $\{M_t\}$ mit

$M_0 = m_0$, beliebig, Startwert,

$$M_{t+1} = M_t + \gamma_t(Z_{1K} - M_t), K \in \mathbb{N}$$

mit Wahrscheinlichkeit Eins gegen den Erwartungswert

$$E Z_1^K = \mu_K.$$

Beweis

- Der Beweis des Satzes folgt aus Punkt B0. In der dortigen Terminologie mit $\xi_i = Z_i$, $a(t) = \gamma_t$ wurde gezeigt, daß eine stationäre stark mischende Folge von Zufallsgrößen $Z_t(\omega)$ über einem Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, \mathcal{A}, P) , wobei für

$$\mathcal{A}_s = \sigma(Z_{t_N}, t_N \leq s), \text{ insbesondere die Bedingung}$$

$$\alpha(\tau) = \sup_{s \geq 0} \sup_{t \geq 0} |P(A \cap B) - P(A) \cdot P(B)| \xrightarrow{\tau \rightarrow \infty} 0 (*)$$

$$s \geq 0, A \in \mathcal{A}_s$$

$$B \in \mathcal{A}_{s+\tau}.$$

- erfüllt ist und unter den Bedingungen a) und b) des Satzes die oben definierte Schätzfunktionenfolge (M_t) mit Wahrscheinlichkeit Eins gegen $E Z_1^K = \mu_K$ konvergiert. Es bleibt zu zeigen, daß \mathcal{A}_u die Bedingung $(*)$ erfüllt. Es sei $\tau > t_{N+v} - t_N$.

Es gilt:

$$\mathcal{A}_s = \sigma(Z_{t_N}, t_N \leq s) = \sigma(f(X_{t_N}, g(X_{t_{N+v}})), t_N \leq s)$$

$$\mathcal{A}_{s+\tau} = \sigma(Z_{t_N}, t_N \leq s + \tau) = \sigma(f(X_{t_N}, g(X_{t_{N+v}})), t_N \leq s + \tau)$$

$$X_1, \dots, X_N, X_{N+1}, \dots, X_{N+v}, \dots, X_M, \dots$$

sei eine Folge unabhängiger Zufallsgrößen.

Es gilt:

$$((X_i, X_j), (X_K, X_L))$$

sind unabhängige zufällige Vektoren mit $i \neq j \neq K \neq L$, wobei o. B. d. A. $i < j < K < L$ gelte.

Aufgrund von Meßbarkeitseigenschaften gilt für die zufälligen Größen

$$f_1 = f(X_i, g(X_j)) \text{ und } f_2 = f(X_K, g(X_L))$$

mit f -meßbare Funktion, daß $f_1(\omega)$ und $f_2(\omega)$ unabhängig sind.

- Setzt man $t_1 = t_N$; $t_j = t_N + v$; $t_K = t_N + w$ und $t_l = t_N + w + v$ mit $t_N + w - t_N \geq \tau$ und $w > v$, so sind die Zufallsgrößen

$$Z_{t_N} = (f(X_{t_N}, g(X_{t_{N+v}}))) \text{ und}$$

$$Z_{t_N+w} = (f(X_{t_N+w}, g(X_{t_{N+v+w}})))$$

unabhängig. Setzt man o. B. d. A. $s = t_N$, so folgt wegen der Unabhängigkeit von

$$(Z_{t_N}, Z_{t_N+w}) \text{ mit } w > v \text{ und } t_N+w - t_N > \tau$$

$\alpha(\tau) = 0$ und damit der Beweis des Satzes ■

Bemerkungen

60

1. Für $g = I$ erhält man ein rekursives Schätzverfahren für die Autokorrelationsfunktion von $\{X_t\}$.
2. Gilt

65

$$Y_{t_N} = g(X_{t_{N+v}}),$$

so erhält man ein rekursives Schätzverfahren für die Kreuzkorrelation zwischen

$\{X_i\}_{i=1,2,\dots}$ und $\{Y_i\}_{i=1,2,\dots}$,

die Struktur

$$Y_{N_i} = g \cdot X_{N_i}$$

ist in praktischen Anwendungen häufig gegeben, etwa bei Stoßfortpflanzung über eine Welle bzw. Beeinflussungen zwischen benachbarten Meßstellen biomedizinischer Signale.

3. Ein zur Autokorrelation ähnliches Verfahren, das in praktischen Anwendungen (insbesondere zur Überwachung auf spezielle Frequenzkomponenten) anwendbar ist, erhält man über

$$f(X_{N_i}, X_{N_{i+1}}) = |X_{N_i} - X_{N_{i+1}}|$$

3.5. Konstruktion von Verfahren zur Struktur- und Mustererkennung mittels komplexer Triggerung

Es sei $\{k^1, \dots, k^l\}$ eine Teilmenge der Menge der Auslösekanäle K_a und a^1, \dots, a^l , die entsprechend dem Auslösekanal erfaßbaren Triggersignale (deterministische, stochastische oder Mischstrukturen). Zur Vereinfachung der Darstellung wird eine graphische Symbolik (vergl. Fig. A 5 zur Kennzeichnung von Triggermodulen) eingeführt.

Als Triggermodul TM^i bezeichnet man dabei einen Algorithmus A_i (Rechnerprogramm-Modul), der den Zeitpunkt t_c^i des ersten Eintretens eines Triggerkriteriums $\{h^i(a) \in H_c^i\}$ bestimmt.

Es sei $a = (a^1, \dots, a^l)$ der Vektor der Auslösekanäle und

$$a^i = (a_{N-M+1}^i(\omega), \dots, a_{N_i}^i(\omega))$$

eine Stichprobenfunktion des Meßkanals i mit der Zeitbasis $\{t_{N-M+1}, \dots, t_{N_i}\}$, h sei eine meßbare Funktion mit

$$h: E_1^1 \times \dots \times E_M^1 \times \dots \times E_1^l \times \dots \times E_M^l \rightarrow \mathbb{R}.$$

Dann läßt sich durch $\{h(a^1, \dots, a^l) \in H_c, H_c \in \mathbb{R}\}$ ein mehrkanaliges Triggerkriterium konstruieren.

Definition A 9

Eine Triggerung heißt komplexe Triggerung, falls der Zeitpunkt t_a der Auslösung des Start/Stop eines Meßvorganges als logisch arithmetischer Ausdruck von Zeitpunkten t_c des ersten Eintretens von Triggerkriterien und zeitlichen Verzögerungskonstanten t_v darstellbar ist.

Eine allgemeine Darstellung einer komplexen Triggerung wird in Fig. A 6 gegeben. Komplexe Triggerverfahren dienen der Indikation von Signalmustern und Strukturen, die entsprechend einer technischen oder medizinischen Problemstellung definiert werden. Anwendungen dieser Methode sind im Ausführungsbeispiel beschrieben, dabei wurde folgendes Konstruktionsprinzip verwendet.

Es beruht auf mehreren Verfahrensschritten:

1. Voruntersuchungen zur Signalstruktur der Triggersignale

- Reproduzierbarkeit,
- Variantenvielfalt und -breite,
- zeitliche Regimes in Mustern,
- Zeitsynchronität zwischen unterschiedlichen Kanälen zur Ermittlung von Verzögerungskonstanten.

2. Signalsegmentierung

Untersuchung der Triggersignale in bezug auf mathematisch beschreibbare Signaleigenschaften, Bestimmung von Signalabschnitten gleicher Eigenschaften und Charakterisierung der zeitlichen Abfolge von Segmenten unterschiedlicher Signaleigenschaften.

3. Auswahl, Anpassung und Optimierung der Triggerverfahren zur Erkennung der Signaleigenschaften in den einzelnen Segmenten Auswahl des Triggerkriteriums, Wahl der Folge γ_n , Einstellung von Regelgrößen (α u. a.).

4. Arithmetische und logische Verknüpfung, (vergl. Fig. A6) der prozeßangepaßten Triggerverfahren entsprechend dem zeitlichen Regime der zu erkennenden Muster und Strukturen.

Bemerkungen

1. Für mehrkanalige Untersuchungen liegt entweder Unabhängigkeit der Triggersignale a^1, \dots, a^l vor, oder sie wird im Modell vorausgesetzt, so daß bei stochastischen Signalstrukturen bzgl. der entsprechenden Wahrscheinlichkeitsräume keine zusätzlichen Überlegungen notwendig sind.

2. Bei der Verallgemeinerung der Triggerbegriffe, ausgehend von dem technisch bekannten Stand, bietet die Einführung der mathematischen Struktur Stoppzeit die Möglichkeit, die in der Arbeit konstruierten Triggerkriterien in einheitlicher Form zu definieren und unter Ausnutzung von Eigenschaften von Stoppzeiten zu einem verallgemeinerten Modell der Triggerung zu gelangen. Von großer praktischer Bedeutung ist dabei die Tatsache, daß logische und arithmetische Verknüpfungen (Mehrkanalanalyse) im allgemeinen nicht aus Stoppzeitenmodellen herausführen.

A. 6. Zeitlich dynamische Triggerung in Meßwerterfassungssystemen

Es sei $a(t)$ ein Triggersignal und $k_a \in K$ der dazugehörigen Triggerkanal. Die Folge

$$\{t_i\}_{i=1,2,\dots}$$

charakterisiere Auslösezeitpunkte bzgl. Triggerkriterien auf $a(t)$ gemäß (A. 1/1).

Definition A 10

Unter zeitlich dynamischer Triggerung von Meßwerterfassungssystemen versteht man die Erfassung (Messung) von Werten x_i auf einem oder mehreren Meßkanälen

$$(k^1, \dots, k^{n_1}, k^K \in K$$

mit der Zeitbasis^a, wobei als Zeitbasis T^a die Folge der Auslösezeitpunkte

$$T^a = \{t_i\}_{i=1,2,\dots}$$

dient. Als Ergebnis einer zeitlich dynamisch getriggerten Meßwerterfassung liegen Meßreihen der Form

$$x_i = (x_{i1}^{k^1}, \dots, x_{iN_i}^{k^{N_i}}) \quad \text{mit} \quad k^i \in K, \quad 0 \leq N_i < \infty$$

vor.

Zur Ermittlung der Zeitpunkte t_{a^i} können Verfahren gemäß A.1. bis A.4. herangezogen werden.

Die praktische Bedeutung von Verfahren der zeitlich dynamischen Triggerung liegt in ihrem Beitrag zur Lösung von Problemstellungen wie

1. Optimierung des Verhältnisses Abtastfrequenz zu Datenmenge,
2. Datenreduktion durch ereignisbezogene Meßwertaufnahme,
3. Konstruktion von Überwachungsverfahren mit geringem Speicherplatzbedarf.

Anhand der Optimierung von Abtastfrequenzen soll im folgenden Methodik und Konstruktionsprinzipien zeitlich dynamischer Triggerverfahren dargestellt werden.

Algorithmen zur Wahl der Abtastfrequenz f_A (bzw. der Zeitbasis T)

Die Fragestellung nach der Wahl der Abtastfrequenz f_A im Sinne einer Optimierung des Verhältnisses Abtastfehler und Datenmenge ist in der Literatur als Abtasttheorem bekannt und behandelt worden, dabei wird gefordert

$$\frac{1}{f_A} \leq \frac{\pi}{f_g}; \quad f_g = \text{obere Grenzfrequenz des Signales } a(t).$$

Dies setzt für das Leistungsspektrum $S_{AA}(f)$ von $a(t)$ voraus, daß gilt:

$$S_{AA}(f) = 0; \quad \forall f > f_g. \quad (\text{A.6/1})$$

In den meisten praktischen Anwendungen ist $a(t)$ ein stochastisches Signal mit Tiefpaßverhalten und somit (A.6/1) nur in wenigen Fällen gegeben. Unter anderem werden in der Literatur Verfahren zur Bestimmung der Abtastzeit und entsprechende Fehlerabschätzungen gegeben. Grundgedanke der dort angegebenen Verfahren ist es, die Optimierung der Abtastfrequenz über die Ermittlung der Zeitpunkte der Mittelwertdurchgänge bzw. der Zeitpunkte des Auftretens von Signalextrema zu erreichen. Die Ermittlung dieser Zeitpunkte kann man über die folgenden adaptiven Triggerverfahren vollziehen.

Ermittlung der Zeitpunkte der Mittelwertdurchgänge

Es sei T^m eine aquidistante Zeitbasis mit

$$T^m = \{t_i^m\}_{i=1,2,\dots}, \Delta t_i^m = \tau^m, \forall i \quad \text{und} \quad \{X_i^m\}$$

ein stochastischer Prozeß mit der Zeitbasis T^m . Aus der praktischen Problemstellung heraus muß gesichert sein, daß τ^m kleiner als die kleinste Zeitspanne zwischen zwei Mittelwertdurchgängen gewählt werden kann. Aus diesem Grunde wird

$$\tau^m \text{ ogft als } \tau^m = \frac{1}{f_A^{\max}}$$

angesetzt, wobei f_A^{\max} die maximal mögliche Abtastfrequenz des Meßwerterfassungssystems dargestellt. Im anderen Fall ist für die Problemstellung ungeeignet. Zur Konstruktion des Verfahrens verwendet man die Abbildung ${}^m h^1$ aus Folgerung A5 (adaptive Mittelwertbildung). Der Einfachheit halber setzt man ${}^m h^1 = h$. Es gilt:

$$h_i = c - \text{constant},$$

$$h_i^m = h_{i-1}^m - \gamma_n (h_{i-1}^m - X_i^m),$$

Ein Mittelwertdurchgang wird dann durch

$$Y_{i_n} = \begin{cases} 0 & h_i^m \notin [X_{i_n-1}^m, X_{i_n}^m]^* \\ 1 & h_i^m \in [X_{i_n-1}^m, X_{i_n}^m]^* \end{cases}$$

charakterisiert.

man definiert $[a, b]^* := [\min\{a, b\}, \max\{a, b\}]$.

Die mittlere Zeitspanne zwischen zwei aufeinander folgenden Mittelwertdurchgängen im Intervall I_k mit $I_k = [t_1^m, t_k^m]$ berechnet sich dann nach

$$\tau_{\text{mittel}} = \frac{\tau^m \cdot k}{Y^k},$$

wobei

$$Y^k = \sum_{i=2}^k Y_{i_n}^m$$

gilt. Durch

$$Y^k = \sum_{i=2}^k Y_{i_n}^m = \sum_{i=2}^k I_{(h_{i-1}^m \in [X_{i_n-1}^m, X_{i_n}^m])},$$

$$\frac{1}{2} \sum_{i=2}^k |\operatorname{sgn}(X_{i_n-1}^m - h_{i_n}^m) - \operatorname{sgn}(X_{i_n}^m - h_{i_n}^m)|$$

wird eine einfache Berechnungsvorschrift für Y^k gegeben. Die Zeitpunkte der Mittelwertdurchgänge

$$t_i^m = \min\{t_n^m : Y_{i_n}^m = 1, t_n^m \in T^m\},$$

$$t_i^m = \min\{t_n^m : Y_{i_n}^m = 1, t_n^m > t_i^m, t_n^m \in T^m\} \quad (**)$$

sind wegen dem Triggerkriterium

$${}^m h_i^1 \in [X_{i_n-1}^m, X_{i_n}^m]$$

nach Folgerung A5 Stoppzeiten bzgl. \mathfrak{R}_1 .

Die Bestimmung einer prozeßangepaßten Zeitbasis

$$T^p = \{t_i^p\}_{i=1,2,\dots}$$

für die Abtastung des Prozesses $\{X_t\}$ ist u. a. auf Grundlage folgender Kenngröße mit

$$\tau^p = \min \{t_i^p - t_{i-1}^p, t_i^p \text{ nach } (**)\} \text{ und}$$

$$T^p = \{t_i^p\}_{i=1,2,\dots} = \left\{1 + \frac{\tau^p}{2}\right\}_{i=1,2,\dots}$$

möglich.

B. Anwendung von Methoden der stochastischen Approximation zur Konstruktion adaptiver Schätzfunktionenfolgen

B.0. Stochastische Approximation

In der Theorie der stochastischen Approximation wird davon ausgegangen, daß eine in ihrem Verlauf unbekannte Funktion $R(x)$ in beliebigen Punkten x der reellen Achse E_1 "gemessen" werden kann. Nur gewisse Charakteristika der Funktion $R(x)$, betreffs ihrer Stetigkeit, Monotonie usw. seien gegeben und insbesondere sei bekannt, daß die Gleichung

$$R(x) = \alpha, \alpha \in E_1 \quad (B.1)$$

eine eindeutige Lösung x_α besitzt. Eine Aufgabe wird nun darin gesehen, mit Hilfe der Meßdaten von $R(x)$ (der Meßfehler sei dabei nicht vernachlässigbar) eine Folge konsistenter Punktschätzungen für x_α zu konstruieren.

Diese Aufgabe ist folgendermaßen lösbar:

Es sei $Y_{t+1}(X(t), \omega)$ das Resultat der Messung in $X(t)$ zur Zeit $t+1$.

In einer einfachen Situation ist z. B.

$$Y_{t+1}(X(t), \omega) = R(X(t)) + G(t+1, X(t), \xi(t+1, \omega)) \quad (B.2)$$

wobei die $\xi(t, \omega)$ eine Folge unabhängiger Zufallsgrößen sind, die über einem gewissen Wahrscheinlichkeitsraum $[\Omega, \mathcal{F}, P]$ definiert sind.

$E G(t, x, \xi(t, \omega)) = 0$ für ein beliebiges $x \in E_1$, $t = 1, 2, \dots$ und $G(t, x, y)$ eine unbekannte Funktion der Veränderlichen t, x, y ist.

Die Meßwerte Y_t werden nun als "Korrekturgrößen" in einer rekurrent definierten Schätzfunktionenfolge für x_α folgendermaßen genutzt:

$$X(0) = x \quad x \in E_1, t = 0, 1, 2, \dots$$

$$X(t+1) - X(t) = a(t) Y_{t+1}(X(t), \omega) \quad (B.3)$$

Dabei ist $a(t)$ eine Folge positiver Zahlen, die den Bedingungen

$$\sum_{t=0}^{\infty} a(t) = \infty, \quad \sum_{t=0}^{\infty} a^2(t) < \infty \quad (B.4)$$

genügt.

Unter geeigneten Voraussetzungen an $R(x)$ konvergiert dieser, in einer grundlegenden Arbeit von Robbins und Monro 1951 definierte Prozeß gegen x_α .

In zahlreichen folgenden Arbeiten wurden die Ergebnisse von Robbins und Monro verallgemeinert. Statt der zunächst gezeigten Konvergenz im Quadratmittel, wurde unter schwächeren Voraussetzungen auch für den Fall, daß x und $R(x)$ Vektoren aus E_n (n -dimensionaler Euklidischer Raum) sind und Modifikationen des Prozesses (B.3), Konvergenz mit Wahrscheinlichkeit Eins bewiesen.

Satz B1.

Ein zufälliger Prozeß $X^{m,x(m)}(t)$ mit diskreter Zeit sei definiert nach der rekurrenten Beziehung

$$X(t+1) = \Phi(t+1, X(t), \omega) \quad (B.5)$$

$\Phi(t, x, \omega)$, $t = 0, 1, 2, \dots$, $x \in E_1$, sei eine Menge vektorieller Größen, gegeben über einem Wahrscheinlichkeitsraum $[\Omega, \mathcal{U}, P]$ und genügen folgenden Bedingungen:

A1. Die Funktion $\Phi(t, x, \omega)$ mit Werten aus E_1 sei $\mathcal{B}_t \times \mathcal{U}$ -meßbar für jedes $t = 0, 1, 2, \dots$ (mit \mathcal{B}_t wird die σ -Algebra der Borelmengen bezeichnet)

A2. Es existiere eine Familie von σ -Algebra \mathcal{F}_n von Teilmengen der Menge Ω derart, daß $\mathcal{F}_m \subset \mathcal{F}_n$ für $m < n$, und die Familie $\Phi(n, x, \omega)$ sei \mathcal{F}_n -meßbar und unabhängig von \mathcal{F}_{n-1} .

Dann ist der Prozeß $X^{(m)}(t)$ mit der Anfangsbedingung $X(m)$ (meßbar bzgl. der σ -Algebra \mathcal{F}_m) markovsch. Seine Übergangsfunktion ist gegeben durch

$$P(u, x, u+1, \Gamma) = P(\Phi(u+1, x, \omega) \in \Gamma)$$

mit $\Gamma \in \mathcal{U}$.

Mit den Bezeichnungen C_c^∞ für die Menge der reellwertigen zweimal stetig differenzierbaren Funktionen, deren zweite partielle Ableitungen beschränkt sind,

$$\rho(x, B) = \inf_{y \in B} \rho(x, y)$$

für den Abstand des Punktes x von der Menge B ,

$$U_\epsilon(B) = \{x \in E_1 : \rho(x, B) < \epsilon\} \text{ (Epsilonumgebung von } B)$$

$$\text{und } U_{1/\epsilon}(B) = (E_1/U_\epsilon(B)) \cap \{x : |x| < 1/\epsilon\}$$

gilt.

Satz B2: Es sei ein markovscher Prozeß $X^\omega(n)$ nach der Rekursionsformel

$$X(t+1) - X(t) = a(t)[R(X(t)) + G(t+1, X(t), \omega)] \quad (B/6)$$

mit der Anfangsbedingung $X^{(0)} = x$ definiert, und es existiere eine nicht negative Funktion $V(x) \in C_c^\infty$, die der Bedingung

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} V(x) = \infty \quad (B/7)$$

und den Ungleichungen

$$\sup_{x \in U_{1/\epsilon}(B)} |R(x)|, \frac{\delta V(x)}{\delta x} \leq 0 \quad \text{für } \epsilon > 0, x \in E_1 \quad (B/8)$$

$$|R(x)|^2 + E[G(t, x, \omega)]^2 \leq K(1 + V(x)) \quad K = \text{const}$$

genügt.

$G(t, x, \omega) + R(x)$ genüge den Bedingungen A1 und A2 von Satz (B/1) und es sei

$$E[G(t, x, \omega)] \equiv 0. \quad (B/9)$$

Außerdem gelte

$$a(t) > 0, \sum_{t=0}^{\infty} a(t) = \infty, \sum_{t=0}^{\infty} a^2(t) < \infty, \quad (B/10)$$

und es bezeichne $B := \{x^0 : R(x) = 0\}$.

Dann gilt

$$P(\lim_{t \rightarrow \infty} \rho(X^\omega(t), B) = 0) = 1$$

Im weiteren werden einige Voraussetzungen angegeben, die zur Beibehaltung der Konvergenzaussagen der Prozedur (B/6) unter Abschwächung der Bedingung A2 führen und damit eine Anwendung von Methoden der stochastischen Approximation auf Problemstellungen stationärer zufälliger Prozesse ermöglichen.

Es existiere eine wachsende Familie von σ -Algebren $\mathcal{F}_s \subset \mathcal{U}$ ($0 \leq s \leq t \leq \infty$) derart, daß eine der beiden Gruppen von Bedingungen erfüllt ist.

B1.) Für jedes x und t sei $G(x, t, \omega)$ darstellbar in der Form

$$G(x, t, \omega) = \sum_{i=1}^m U_i(x, t) V_i(t, \omega) \quad (m < \infty) \quad (B./11)$$

5 und $V_i(t, \omega) \quad (1 \leq j \leq m)$ sei \mathcal{R}_t^1 -meßbar

Die Familien $\mathcal{R}_{t_i}^1$ seien stark mischend, d. h.

$$10 \quad \alpha(t) = \sup_{A \in \mathcal{R}_0^1, B \in \mathcal{R}_{t_i}^1} |P(A \cap B) - P(A)P(B)| \longrightarrow 0 \quad (B./12)$$

B2.) Für jedes x und t seien die zufälligen Größen \mathcal{R}_t^1 -meßbar und die Familie \mathcal{R}_t^1 sei absolut regulär, d. h.

$$15 \quad \beta(t) = \sup_{A \in \mathcal{R}_0^1, D \in \mathcal{R}_t^1} \text{Var} [P_{\mathcal{R}_t^1}(D) - P_0 \times P_1(D)] \longrightarrow 0, \quad (B.3/13)$$

wobei für Mengen der Form

$$20 \quad \begin{aligned} A_1 \times A_2 &\subset \Omega \times \Omega, A_1 \in \mathcal{N}_0^{\mathcal{R}_0^1}, A_2 \in \mathcal{N}_{s+t}^{\mathcal{R}_0^1} \\ P_{\mathcal{R}_t^1}(A_1 \times A_2) &= P(A_1 \cap A_2) \\ P_0 \times P_1(A_1 \times A_2) &= P(A_1) \cdot P(A_2) \end{aligned}$$

25 Es gilt $\alpha(t) \leq \beta(t)$.

Satz B3: Folgende Voraussetzungen seien erfüllt:

Gleichung (B./1) besitze eine eindeutige Lösung r .

30 Es existiere eine symmetrische pos. Matrix D und ein $\lambda > 0$ derart, daß für alle $x \in E^n$

$$|DR(x), x-r| \leq \lambda \cdot |D(x-r), x-r| \quad (B./14)$$

$$35 \quad |R(x)| \leq C(1+|x|), \quad C = \text{const.} \quad (B./15)$$

$$a(t) = \frac{a}{t}, \quad a = \text{const.}$$

40 Es ex. $\sigma G/\sigma x$ und

$$E \sup_t |G(x, t, \omega)| \leq C, \quad E \sup_t \left| \frac{\delta G}{\delta x}(x, t, \omega) \right| \leq C \quad (B./16)$$

45 oder falls sich G faktorisieren läßt

$$50 \quad |U_i| \leq C \left| \frac{\delta U}{\delta x} \right| \leq C, \quad E |V(\omega)| \leq C, \quad C = \text{const.}$$

mit $\gamma = 2 + m$ und m gerade

Für den Mischungskoeffizienten $\beta(t)$ in B1 oder B2 gelte $\beta(t) \leq C(\ln t)^{-\gamma(m+\gamma)(1+h)/m}$ für $h > 0$, und $\beta(t) \leq C t^{-h}$.

Dann konvergiert der Prozeß (B./6) mit Wahrscheinlichkeit Eins gegen r .

55 B.1. Zur Konstruktion stark konsistenter rekurrenter Schätzfunktionenfolgen

Die rechnergestützte Realisierung von grundlegenden Aufgaben der mathematischen Statistik, z. B. der Konstruktion konsistenter Schätzfunktionenfolgen, wird in der Regel von einigen zusätzlichen praktischen Forderungen begleitet, die nicht aus den üblichen Gütekriterien für Schätzungen abgeleitet werden. Das sind Fragen der Rechengeschwindigkeit, der Speicherplatzeffektivität, der kontinuierlichen Auswertbarkeit einer Schätzfunktionenfolge zu jedem Folgezeitpunkt sowie Fragen einer raschen Anpassung der Algorithmen nach Veränderungen in den Schätzbedingungen (Strukturbrüche) und der Robustheit gegenüber Verletzungen in gemachten Voraussetzungen. Rekurrent definierte Schätzfunktionenfolgen stellen zur Lösung derartiger Probleme eine wichtige Grundlage dar.

65 In einigen Fällen lassen sich Schätzfunktionenfolgen leicht in die gewünschte Form bringen. Ein klassisches Beispiel ist die Erwartungswertschätzung M_n , die auf der Realisierung einer Folge unabhängiger identisch verteilter Zufallsgrößen $(\xi_n)_{n=0,1,2,\dots}$ basiert. Bezeichnen wir mit x_i die Realisierung der Zufallsgröße ξ_i , dann ist

$$M_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

stark konsistente Schätzfunktionenfolge für $E \xi_1$. M_n kann nun über triviale Umrechnungen rekurrent dargestellt werden:

$$M_0 = x_0 \quad (\text{B./17})$$

$$M_{n+1} = M_n - \frac{1}{n+1} (M_n - x_{n+1}) \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad 10$$

In dieser Form rechenstechnisch realisiert, ist die Entwicklung der Folge in Auswertungen direkt einbeziehbar. Außerdem braucht die Folge der $\{x_i\}_{i=0,1,2,\dots}$ nicht gespeichert zu werden. Lediglich der vergangene Schätzwert M_n , der "aktuelle Meßwert" x_{n+1} und der "Zeitpunkt" $n+1$ gehen in die Berechnung des neuen Schätzwertes M_{n+1} ein. Ein Nachteil dieser Vorgehensweise liegt darin begründet, daß die rechenstechnisch für diese Aufgabe komplizierteste Operation, die Division, zu jedem Zeitpunkt durchgeführt werden muß.

Der Ideenapparat der stochastischen Approximation initiiert nun sowohl Konstruktionsmethoden (auch für bezüglich der rekursiven Darstellbarkeit nicht so einfache Schätzalgorithmen) als auch Verallgemeinerungen, die zur Lösung der oben genannten praktischen Erfordernisse beitragen. Die Schätzfunktionenfolgen erhalten im allgemeinen eine Gestalt der Art

$$S_0 = s_0 \quad (\text{Startwert})$$

$$S_{n+1} = S_n - a_n K(S_n, x_{n+1}) \quad (\text{B./18})$$

wobei $\{a_n\}_{n=0,1,2,\dots}$ eine Zahlenfolge und K eine Korrekturgröße für die Schätzung S_n darstellt, die nur von S_n und dem aktuellen Realisierungswert x_{n+1} abhängt.

Im weiteren sollen dafür einige Beispiele angegeben werden.

In diesen sei $\{\xi_i\}_{i=0,1,2,\dots}$ Folge unabhängiger identisch verteilter Zufallsgrößen über einem Wahrscheinlichkeitsraum $[\Omega, \mathcal{U}, P]$ mit der Verteilungsfunktion F .

Satz B4. Es sei

$$M_0 = m_0 = \text{const.} \quad (\text{Startwert})$$

$$M_{t+1} = m_t - a_t (M_t - \xi_{t+1}^k) \quad (\text{B./19})$$

mit $\{a_t\}_{t=0,1,2,\dots}$ Folge reeller Zahlen, die den Bedingungen (B./4) genüge. Weiter gelte $E \xi_1^k < \infty$.

Dann konvergiert die Schätzfunktionenfolge $\{M_t\}_{t=0,1,2,\dots}$ definiert nach (B./19) mit Wahrscheinlichkeit Eins gegen $\mu_k := E \xi_1^k$.

Beweis: Bezeichnen wir mit $\mathcal{F}_n := \sigma(\xi_0, \dots, \xi_n)$ die von ξ_0, \dots, ξ_n erzeugte Teil- σ -Algebra von \mathcal{U} , dann hat der mit (B./19) rekurrent definierte Prozeß die im Satz B2. geforderte Gestalt (insbesondere sind die Bedingungen A1 und A2 des Satzes B1. erfüllt).

Es wird nun

$$Y_{t+1}(x, \omega) = R(x) + G(t, x, \xi_{t+1}(\omega)) := (\mu_k - x) + (\xi_{t+1}^k - \mu_k) = \xi_{t+1}^k - x \quad (\text{B./20})$$

gesetzt.

Dann verbleibt unter Einbeziehung von Satz B2 zu zeigen:

$$EG(x, \omega) = 0, \text{ was offensichtlich trivial erfüllt ist. (B./21)}$$

$$\text{Mit } v(x) := x^2 \text{ und } B := \{\mu_k\} \text{ ist}$$

$$\sup_{x \in U, 1/n \leq t \leq 1/n} \left\langle R(x), \frac{\delta V(x)}{\delta x} \right\rangle = \quad (\text{B./22})$$

$$\sup_{x \in U, 1/n \leq t \leq 1/n} (\mu_k - x)(x - \mu_k) < 0 \text{ für beliebiges } \varepsilon > 0$$

$$|R(x)|^2 + E |G(t, x, \omega)|^2 = (\mu_k - x)^2 + E (\xi_1^k - \mu_k)^2 \leq C(1 + x^2) \quad (\text{B./23})$$

Damit ist für bekannten $E \xi_1 =: \mu$ mit

$$S_0^2 = s_0^2$$

$$S_{t+1}^2 = S_t^2 - a_t (S_t^2 - (\xi_t - 1 - \mu)^2) \quad (\text{B./24})$$

auch eine stark konsistente Schätzfunktionenfolge für $\text{Var } \xi_t = \sigma^2$ Ist μ unbekannt, wird μ in (3.3.24) durch seine Schätzung gemäß (B./19) mit $k = 1$ ersetzt.

- 5 Satz B5. Es existiere die Dichte $f(x)$ der Zufallsgrößen ξ und f sei in x_α (α -Quantil von F_ξ) stetig, $f(x_\alpha) > 0$.
Weiter sei

$$X(0) = x \text{ (Startwert)} \quad (\text{B./25})$$

$$10 \quad X(t+1) = X(t) + a_t Y_{t+1}(X(t), \xi_{t+1}(\omega)) \quad t = 0, 1, 2, \dots$$

$$15 \quad \text{mit } Y_t(x, \xi_t(\omega)) = \begin{cases} \alpha - 1 & \text{für } \xi_t(\omega) > x, \\ \alpha & \text{für } \xi_t(\omega) \leq x \end{cases} \quad 0 < \alpha < 1 \quad (\text{B./26})$$

und $\{a_t\}_{t=0,1,2,\dots}$ Folge reeller Zahlen, die den Bedingungen (B./4) genüge.

Dann konvergiert die Folge $\{X(t)\}_{t=0,1,2,\dots}$ mit Wahrscheinlichkeit Eins gegen x_α .

Beweis: Es sei $R(x) = \alpha - F_\xi(x)$

- 20 Unter Nutzung von Satz B2. bleibt zu zeigen:

$$EG(t, x, \xi_t) = E(Y(x, \xi_t) - R(x)) = (\alpha - 1) F_\xi(x) - R(x) + \alpha(1 - F_\xi(x)) = -F_\xi(x) + \alpha - \alpha + F_\xi(x) = 0$$

$$25 \quad \sup_{x \in \mathbb{R}} (\alpha - F_\xi(x)) (x - x_\alpha) \leq 0 \quad \text{für alle } \varepsilon > 0$$

wegen $f(x_\alpha) > 0$ und der Stetigkeit von f .

$$30 \quad R^2(x) + EG^2(t, x, \xi_t) = EY^2(x, \xi_t(\omega)) = (\alpha - 1)^2 F(x) - \alpha^2 (1 - F(x)) \leq 2$$

Eine mögliche Methode zur Schätzung von Wahrscheinlichkeitsdichten gründet auf der Darstellung einer quadratisch integrierbaren Dichtefunktion $f(x)$ als Reihe von orthogonalen Funktionen

$$35 \quad f(x) = \sum \Theta_j \varphi_j(x) \quad (\text{B./27})$$

mit $\{\varphi_j\}_{j=0,1,2,\dots}$ orthogonales Funktionssystem. Das Problem besteht dann in der Schätzung der Fourierkoeffizienten

$$40 \quad \Theta_j = \int f(x) \varphi_j(x) dx \quad j = 1, 2, \dots \quad (\text{B./28})$$

Erwartungstreue Schätzungen hierfür sind

$$45 \quad \hat{\Theta}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varphi_j(x_i) \quad j = 1, 2, \dots \quad (\text{B./29})$$

Als Schätzung der Dichte kann dann

$$50 \quad \hat{f}(x) = \sum_{j=0}^{g(n)} \hat{\Theta}_j \varphi_j(x) \quad \text{mit } g(n) \rightarrow \infty \quad (\text{B./30})$$

55 gewählt werden.

Die Schätzfunktionenfolge $\hat{f}_{g(n)}(x)$ ist streng konsistent, falls eine mathematische Stichprobe $\{X_n\}_{n=1,2,\dots}$ zugrunde liegt. Die Konsistenz kann aber auch für den Fall nachgewiesen werden, daß $\{X_n\}_{n=1,2,\dots}$ eine stationäre, streng mischende Folge von beschränkten Zufallsgrößen ist.

Die Gestalt der

$$60 \quad \Theta_j = E\varphi_j(X)$$

motiviert nicht nur noch einmal die Schätzer (B./29), sondern legt auch den Gedanken nahe, die Parameter Θ_j rekursiv zu schätzen.

- 65 Satz B6. Sei $f(x)$ quadratisch integrierbare Dichtefunktion und $\{X_n\}_{n=1,2,\dots}$ unabhängig, identisch nach $f(x)$ verteilte Zufallsgrößen.

Weiter sei

$\Theta_1^0 = \Theta$ (Anfangswert, fest aber beliebig)

$$\Theta_j^{n+1} = \Theta_j^n - a_n(\Theta_j^n - \varphi_j(X_n)) \quad j = 1, \dots, g_n \quad (B./31)$$

wobei $\{a_n\}$ eine Zahlenfolge ist, die den Bedingungen

$$\sum a_n = \infty, \sum a_n^2 < \infty$$

genügt.

Dann konvergiert die Folge $\{(\Theta_0^n, \dots, \Theta_{g_n}^n)\}$ mit Wahrscheinlichkeit Eins gegen $(\Theta_0, \dots, \Theta_{g_n})$.

Wie in Abschnitt B.0. bereits angedeutet, lassen sich die oben angegebenen Konstruktionsmethoden für rekurrente stark konsistente Schätzfunktionenfolgen auch unter gewissen Abhängigkeitsverhältnissen der Beobachtungswerte realisieren.

Es sei nun $\{\xi_i(\omega)\}_{i=0,1,2,\dots}$ eine stationäre stark mischende Folge von Zufallsgrößen über einem Wahrscheinlichkeitsraum $[\Omega, \mathcal{U}, P]$. Insbesondere erfülle die Folge von Teil- σ -Algebren von \mathcal{U} $\mathcal{F}_n := \sigma(\xi_0, \dots, \xi_n)$ die Bedingung (B./12).

Als rekurrente Schätzfunktionenfolge wird

$M_0 = m_0$ (Startwert, beliebig, aber fest)

$$M_{t+1} = M_t + a_t(\xi_t^k - M_t) \quad k \in N \quad (B./32)$$

gesetzt. Dann gilt Satz B7.

Unter der Bedingung, daß

$$a) \quad E \xi_t^{Z(k+1)} < \infty \quad (B./33)$$

$$b) \quad a_t = \frac{c}{t+1} \quad t=0,1,2,\dots \quad (B./34)$$

konvergiert die Schätzfunktionenfolge $\{M_t\}$ definiert nach (B./32) mit Wahrscheinlichkeit Eins gegen $E \xi_t^k = \mu_k$.

Beweis: Es wird

$$Y_t(x, \omega) := \xi_t^k(\omega) - x = -(x - \mu_k) + (\xi_t^k - \mu_k) \\ =: R(x) + G(t, \xi_t^k(\omega)) \quad (B./35)$$

gesetzt.

Dann verbleibt unter Einbeziehung von Satz B.3. zu zeigen:

—) $EG(x, \omega) \equiv 0$ ist trivialerweise erfüllt.

—) $R(x) \cdot (x - \mu_k) \leq -\lambda(x - \mu_k)(x - \mu_k)$ gilt beispielsweise mit $\lambda = 1$.

—) $G(x, t, \omega)$ ist, wie aus (B./35) ersichtlich, trivial faktorisiert in $U(x, t) = 1$ und $V(t, \omega)$ und $E|V(t, \omega)|^\gamma < C$ mit $\gamma = 4$ und wegen (B./33).

Bemerkung: Mit Satz B7. bleiben auch die Konsistenzaussagen von rekursiven Schätzfunktionenfolgen erhalten, die einerseits auf der Konstruktion (B./32) basieren und andererseits auf Beobachtungswerten, die einem stark mischenden stationären Prozeß entstammen (vgl. beispielsweise rekursive Dichteschätzung).

Für andere Abhängigkeitsstrukturen konnten ähnliche Konvergenzaussagen noch nicht hergeleitet werden. Auch die Stetigkeitsbedingungen an die Dichtefunktion für konsistente Quantilwertschätzungen waren bislang nicht wesentlich abzuschwächen, obwohl in der Nutzung dieser Kenngröße auch bei diskreten Verteilungen keine nachteiligen Wirkungen beobachtbar waren. Die Lösung dieser Probleme bleibt einer weiteren Forschungsarbeit vorbehalten.

B.2. Praktikable Gestaltung des Korrekturfaktors — Konvergenzbeschleunigung

Von großem praktischem Interesse ist die Gestaltung der Zahlenfolge $\{a_t\}$ in der Rekursionsvorschrift (B./18). Die Wahl

$$a_t = \frac{c}{t} \quad t = 1, 2, \dots \quad c = \text{const.} \quad (B./36)$$

wird von den Bedingungen (B./4) her nahegelegt und auch in Verfahren der Stochastischen Approximation genutzt. Insbesondere bei ungünstigem Startwert ist aber dann die entsprechende Schätzfunktionenfolge oft praktisch nicht mehr verwendbar, weil die Korrekturgröße rasch sehr klein wird und die Konvergenz sehr langsam ist. Diese Tatsache führte sogar dazu, daß die praktische Verwertbarkeit von Algorithmen dieser Art insgesamt angezweifelt wurde.

In der Literatur wird unter Nachweis des Erhalts der starken Konsistenz der Schätzfunktionenfolgen folgende Gestaltung vorgeschlagen.

Es sei

$$b_i = \begin{cases} c & \text{falls } i = 1 \\ \text{const} & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{und} \quad (\text{B./37})$$

$$a_1 = b_1, \quad a_j = b_j, \quad a_i = b_{in} \quad \text{mit}$$

$$t = 2 + \sum_{i=1}^n f[(x_i - x_{i-1}) \cdot (x_{i-1} - x_{i-2})], \quad n = 1, 2, \dots$$

und

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x \leq 0 \\ 0 & \text{falls } x > 0 \end{cases}$$

Inhaltlich bedeutet diese Wahl der Folge $\{a_i\}$, daß der Faktor vor dem Korrekturglied erst jeweils dann verkleinert wird, wenn sich in der Iterationsfolge (über drei Werte beobachtet) die "Korrekturrichtung" verändert.

Dieser Ansatz bringt den Vorteil, wie bei zahlreichen praktischen Anwendungen nachgewiesen werden konnte, daß selbst bei "weit vom Konvergenzwert entferntem" Startwert die Iterationsfolge sich relativ schnell (meistens weniger als 20 Schritte) in einer praktisch schon zufriedenstellenden Umgebung des Konvergenzwertes befindet.

Diese Beobachtungen wurden durch Simulationsstudien für eine Vielzahl von Verteilungen nochmals bestätigt und die unterschiedlichen Verhaltensweisen der üblichen (B./36) und der Iterationsfolgen mit (B./37) bezüglich der Konvergenzbeschleunigung veranschaulicht. Die Realisierung von rekursiven Algorithmen unter Verwendung von Zahlenfolgen nach (B./35) aber auch nach (B./37) auf Mikrorechnersystemen in Echtzeit und als Bestandteil z. B. einer Signalanalyse birgt in Gestalt der notwendigen Rechenoperation "Division" weitere Probleme in sich. Günstig würde sich eine Beschränkung im Divisor auf 2er Potenzen auswirken, weil sie dann auf jedem Rechner in Form schneller Registerrotationsbefehle realisierbar ist.

Diese Bedingungen und die Forderung (B./4) erfüllen Folgen der Gestalt

$$a_i^{(p)} = \frac{1}{2^{\min\{k\}}} \quad (\text{B./38})$$

$t = 1, 2, \dots, k$ natürliche und p ganze Zahl.

Beispielsweise sind dies für $p = -1, 0, 1$ die Folgen:

$$p = -1: \quad 2 \quad 1 \quad 1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \dots \quad \frac{1}{4} \quad \dots$$

2mal 4mal 8mal

$$p = 0: \quad 1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \dots \quad \frac{1}{8} \quad \dots$$

2mal 4mal 8mal

$$p = 1: \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{16} \quad \frac{1}{16} \quad \dots \quad \frac{1}{16} \quad \dots$$

2mal 4mal 8mal

Die Bedingung

$$\sum_{i=1}^{\infty} a_i^{(p)} < \infty$$

ist trivialerweise erfüllt.

Weiter ist

$$\sum_{i=1}^{\infty} (a_i^{(p)})^2 = \sum_{k=p}^{\infty} \frac{1}{2^k} \cdot 2^{k-p} = \sum_{k=p}^{\infty} 2^{-(k+p)} = \frac{1}{2^{2p}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2^k} = \frac{1}{2^{2p-1}} < \infty.$$

Für $p=0$ gilt

$$a_k^{(0)} = \frac{1}{2^k}$$

und damit stimmt das 2^k -te Folgenglied mit dem 2^k -ten Glied der Folge

$$a_i = \frac{1}{i}$$

überein.

In der rechenstechnischen Realisierung ist natürlich zu beachten, daß die möglichen Rotationszahlen mit der Gesamtbitzahl der Darstellung der Größen a_i beschränkt sind.

Weiter ist zu bemerken, daß Folgenkonstruktionen der Form (B./38) mit denen nach (B./37) kombiniert werden können.

B.3. Adaptive (nicht konsistente) Statistiken

Die bis auf die Bedingungen (B./4) frei wählbare Folge $\{a_i\}_{i=1,2,\dots}$ und der beliebige Startwert der Iteration ermöglichen eine adaptive Gestaltung von Schätzfunktionenfolgen. Wie in Abschnitt B./2 beschrieben, beeinflußt diese Folge wesentlich, zumindest im praktischen Sinn, die Konvergenzgeschwindigkeit.

In zahlreichen Anwendungsfällen muß nun zusätzlich davon ausgegangen werden, daß sich z. B. zu analysierende Signale nur stückweise durch stationäre Zufallsfolgen modellieren lassen. In diese Aufgabenklasse fallen sowohl die in der Literatur beschriebenen Probleme der Robustheit von Statistiken unter der Bedingung von möglichen Strukturbrüchen, als auch die Lokalisierung von sogenannten "change points".

Dahingehend steht die Frage, wie sich die in B./1 beschriebenen Schätzfunktionenfolgen unter Bedingungen von Strukturbrüchen und Trends verhalten. Simulationsergebnisse weisen aus, daß Strukturbrüche z. B. in Form einer sprunghaften Mittelwertveränderung der betrachteten Zeitreihe dann einen weniger großen Einfluß auf das Konvergenzverhalten der rekursiven Schätzalgorithmen haben, wenn das Korrekturglied durch die Folge $\{a_i\}_{i=1,2,\dots}$ noch wenig komprimiert ist (also wenn der Strukturbruch bei einem kleinen Wert von i auftritt).

Diese Tatsache legt den Gedanken nahe, für das automatische Anpassen der Schätzfunktionenfolge an den zu schätzenden Wert (auch unter der Bedingung einer möglichen Änderung in Form von Strukturbrüchen und Trends) die Gestaltung dieser Folge zu benutzen. Im Regelfall sind jedoch der Grad der Adaptivität und das Konvergenzverhalten sich gegensätzlich beeinflussende Faktoren. Wird $a_i = c = \text{const.}$ gewählt, kann eine sehr rasche Anpassung erzielt werden, aber eine Konvergenz im mathematischen Sinne liegt wegen der Verletzung der Bedingungen (B./4) nicht mehr vor. Am Beispiel der Momentenschätzung kann jedoch verdeutlicht werden, daß dieser Fall von großem praktischen Interesse ist. Es läßt sich nachweisen, daß sie so gestalteten rekursiven Statistiken mit dem häufig benutzten Verfahren der exponentiellen Glättung übereinstimmt.

Satz B8

Für $a_i = c = \text{const.}$, $0 < c < 1$, läßt sich die Schätzfunktionenfolge (B./19) (o.B.d.A. für $k=1$) in der folgenden Gestalt darstellen:

$$M_t = (1-c)^t M_0 + c \sum_{i=1}^t (1-c)^{t-i} \xi_i \quad t = 1, 2, \dots \quad (\text{B./39})$$

Wird mit $\mu := E \xi_i$ und $\sigma^2 := \text{Var } \xi_i$ bezeichnet, gilt außerdem:

$$E M_t = \mu + (1-c)^t (M_0 - \mu) \quad t = 1, 2, \dots \quad (\text{B./40})$$

$$E (M_t - \mu)^2 = \frac{\sigma^2 c^2 (1 - (1-c)^{2t})}{1 - (1-c)^2} + (1-c)^t (M_0 - \mu)^2 \quad (\text{B./41})$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E (M_t - \mu)^2 = \frac{c \cdot \sigma^2}{2 - c} \quad (\text{B./42})$$

Beweis: Es sei M_0 Startwert und

$$M_{t+1} = M_t - c(M_t - \xi_{t+1}).$$

Dann läßt sich M_1 und M_2 leicht in die Form (S.3.39) bringen:

$$M_1 = M_0 - c(M_0 - \xi_1) = (1-c) M_0 + c \cdot \xi_1$$

$$M_2 = M_1 - c(M_1 - \xi_2) = (1-c) M_1 + c \cdot \xi_2$$

$$= (1-c)^2 M_0 + c(1-c) \xi_1 + c \cdot \xi_2$$

Für beliebiges t wird (B./39) durch vollständige Induktion gezeigt.
Es sei

$$M_t = (1-c)^t M_0 + c \sum_{i=1}^t (1-c)^{t-i} \xi_i$$

Dann folgt

$$\begin{aligned} M_{t+1} &= M_t - c(M_t - \xi_{t+1}) = (1-c)M_t + c\xi_{t+1} \\ &= (1-c)^{t+1}M_0 + c \sum_{i=1}^t (1-c)^{t-i+1} \xi_i + c\xi_{t+1} = (1-c)^{t+1} \\ &= (1-c)^{t+1}M_0 + c \sum_{i=1}^{t+1} (1-c)^{t+1-i} \xi_i \end{aligned}$$

was zu zeigen war.

Mit leichten Umformungen erhält man die weiteren Aussagen des Satzes:

$$\begin{aligned} 1. \quad E(M_t) &= (1-c)^t M_0 + c \sum_{i=1}^t (1-c)^{t-i+1} \cdot \mu \\ &= (1-c)^t M_0 + \mu \cdot (1 - (1-c)^t) \\ &= \mu + (1-c)^t (M_0 - \mu) \end{aligned}$$

2. Es sei $\alpha := 1 - c$.

$$\begin{aligned} E(M_t - \mu)^2 &= E((\alpha^t M_0 - \mu) + (1-\alpha) \sum_{i=1}^t \alpha^{t-i} \xi_i)^2 \\ &= (\alpha^t M_0 - \mu)^2 + 2(\alpha^t M_0 - \mu)(1-\alpha)\mu + E\left(\sum_{i=1}^t (1-\alpha)\alpha^{t-i} \xi_i\right)^2 \\ &= (\alpha^t M_0 - \mu)^2 + 2(\alpha^t M_0 - \mu)(1-\alpha)\mu + ((1-\alpha^t)\mu)^2 + \sigma^2(1-\alpha)^2 \frac{1-\alpha^{2n}}{1-\alpha^2} \\ &= ((\alpha^t M_0 - \mu) + \mu(1-\alpha^t))^2 + \sigma^2(1-\alpha)^2 \frac{1-\alpha^{2n}}{1-\alpha^2} \\ &= (\alpha^t M_0 - \alpha^t) + \sigma^2(1-\alpha)^2 \frac{1-\alpha^{2n}}{1-\alpha^2} \end{aligned}$$

$$\text{wegen } \sum_{i=1}^n (\alpha^2)^{n-i} = \sum_{i=0}^{n-1} (\alpha^2)^i = \frac{1-\alpha^{2n}}{1-\alpha^2} \text{ und } \text{Var} \xi = E(\xi^2) - (E \xi)^2.$$

$$3. \text{ Wegen } \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n (\alpha^2)^{n-i} = \frac{1}{1-\alpha^2}$$

$$\text{wird } \lim_{n \rightarrow \infty} E(M_t - \mu)^2 = (1-\alpha)^2 \cdot \sigma^2 \frac{1}{1-\alpha^2} = \sigma^2 \frac{1-\alpha}{1+\alpha} = \sigma^2 \frac{c}{2+c}$$

Bemerkung: Wird $M_0 = \xi_0$ (erster Meßwert) gewählt, gilt

$$E(M_t) = \mu \text{ und } E(M_t - \mu)^2 = \sigma^2 \frac{c^2(1-(1-c)^{2t})}{1-(1-c)^2}$$

Die Erfindung soll anhand von Ausführungsbeispielen erläutert werden.

1) Epileptiemonitoring

Zur Diagnose, Therapie und Therapieverlaufskontrolle von epileptischen Anfallsleiden ist der Einsatz einer automatischen Erkennung und Weiterverarbeitung von epileptischen Graphoelementen des Elektroenzephalogramms (EEG) notwendig. Dabei wird mit Hilfe von Meßelektroden des EEG (Elektroenzephalogramm — elektrische Hirnaktivität) auf der Kopfhaut des Menschen 1 ein- oder mehrkanalig erfaßt und über entsprechende Verstärkertechnik einer Meßwerterfassungseinrichtung 2, 3, 4, 5, 6 zugeführt. Die Meßwerterfassungseinrichtung 2, 3, 4, 5, 6 besteht entweder aus einem ein- oder mehrkanaligen Analog/Digital-Wandler, mit dessen Hilfe die Meßwerte (EEG) computergerecht digitalisiert werden, oder aus einem tragbaren Aufzeichnungsgerät (Holter-Technik Telemetrie), das eine Langzeitaufzeichnung dadurch gewährleistet, daß es am Patienten angebracht werden kann. Die Registrierung mittels Aufzeichnungsgerät kann digital erfolgen, dann wird vor der Speicherung (z. B. Magnetkassette) eine Analog/Digital-Wandlung ausgeführt. Die digitalisierten Meßwerte werden einer Meßwertverarbeitungseinrichtung 7 übergeben, in der die Auswertung erfolgt. Mittels einer Zusatzeinrichtung 14 wird das Ergebnis der Auswertung entweder sofort dem Patienten bzw. dem Arzt mitgeteilt oder für eine spätere Auswertung aufgezeichnet oder gespeichert.

Im Ausführungsbeispiel besteht die Meßwertverarbeitungseinrichtung aus einer Rechneereinheit. Hierbei beginnt die Verarbeitung der Meßwerte damit, daß die Meßwerte durch eine Einleseeinrichtung 8 auf den Speicherplatz des Rechners gebracht werden. Diese Einrichtung zum Einlesen 8 wird durch Rechnerbaugruppen in der Form gebildet, daß die Daten entweder vom Analog/Digitalwandler oder vom Aufzeichnungsträger (z. B. Digitalmagnetkassette) über den Rechnerbus in den Arbeitsspeicher gelangen. Danach kann mit der Verarbeitung der Meßwerte begonnen werden. Dies erfolgt mit der Zielstellung solche Signalmuster (Graphoelemente) in den Signalverläufen zu erkennen, die eine vom Normal-EEG abweichende Charakteristik aufweisen und epileptische Aktivität kennzeichnen. Dies können sogenannte Spikes, Spike-Wave-Komplexe, Sharp-Waves und epileptische Anfallsaktivität in unterschiedlicher Ausprägung sein.

Um die Erkennung derartiger Signalcharakteristika realisieren zu können, wird eine Einrichtung zum Vergleich von Werten in Form einer Vergleichseinrichtung 9 benötigt. Diese Einrichtung gewährleistet, daß ein ständiger Vergleich des Verlaufs von EEG-Werten mit vorgegebenen Werten erfolgt. Diese Werte können als apriori-Wissen wertmäßig abgespeichert und durch die Vergleichseinrichtung 9 abgerufen oder durch die Vergleichseinrichtung 9 ermittelt werden.

Es ist dabei davon auszugehen, daß die Vergleichseinrichtung 9 durch Berechnungsalgorithmen darzustellen sind, die programmäßig für die Rechnerimplementierung realisiert werden. Dieser Algorithmus (Algorithmen) gewährleistet den Vergleich eines wertmäßigen Unter- bzw. Überschreitens zwischen EEG-Werten und vorgegebenen Werten. Gemäß der visuellen Klassifikation von epileptischen Graphoelementen unterscheiden sich diese von der sogenannten Hintergrundaktivität des EEG (Hintergrundaktivität des EEG kennzeichnet die normale EEG-Signalcharakteristik wie sie vom Arzt eingeschätzt wird) durch unterscheidbare Veränderungen in Amplitude, Frequenz, Musterausprägung (Spike-Wave) und Dauer von Graphoelementen. Somit können ärztliche Erfahrungswerte (vorgegebene Werte) zum Vergleich herangezogen werden, d. h. vom Algorithmus berücksichtigt werden. Eine weitere Möglichkeit ist die Berechnung von Vergleichswerten (vorgegebene Werte) aus den EEG-Werten selbst. Dies erfolgt beispielsweise dadurch, daß zurückliegende EEG-Werte mit aktuellen Werten verglichen werden. Ein epileptisches Graphoelement ist dann in der Art erkennbar und hinsichtlich seiner Dauer abgrenzbar, daß die Überschreitung der mit einem Faktor multiplizierten zurückliegenden EEG-Werte durch die aktuellen EEG-Werte den Anfang des Graphoelementes kennzeichnet und das Unterschreiten dessen Ende. Die zurückliegenden EEG-Werte würden dann die Charakteristik der Hintergrundaktivität vor dem Auftreten des Graphoelementes kennzeichnen.

Der vorzuziehende Grad der Abweichung des epileptischen Graphoelementes von der Hintergrundaktivität wird durch den Multiplikationsfaktor (Multiplikation von Auswerteergebnissen zurückliegender EEG-Werte) in den Vergleichsalgorithmus eingebracht.

Von der Vergleichseinrichtung wird sowohl eine Starteinrichtung 10 als auch eine Stopeinrichtung 11 gesteuert. Diese steuern wiederum eine Zusatzeinrichtung 14, die durch die Starteinrichtung 10 eingeschaltet (aktiviert) und durch die Stopeinrichtung ausgeschaltet (deaktiviert) wird. Mit dem Erkennen eines epileptischen Graphoelementes wird dieses aus der Folge von EEG-Werten herausgenommen und auf einem separaten Speicherbereich abgespeichert (Zusatzeinrichtung 14 oder Speicher 12). Die Starteinrichtung 10 wird durch einen Algorithmus realisiert, der nach der Erkennung des Anfangs des epileptischen Graphoelementes den Speicherbereich aktiviert und den Speicher mit der nach dem Anfangspunkt des Graphoelementes kommenden Folge von EEG-Werten beschreibt. Mit der Erkennung des Endes des Graphoelementes wird das Beschreiben des Speichers beendet. Dies wird durch den Algorithmus vorgenommen, der die Stopeinrichtung 11 realisiert. Die Zusatzeinrichtung 14 besteht aus einer Einheit, die die abgespeicherten Graphoelemente mit notwendigen Zusatzinformationen für den Arzt verfügbar macht. Eine solche Einheit kann durch Rechnerbaueinheiten realisiert werden, indem die gespeicherten Graphoelemente in geeigneter Form auf dem Bildschirm dargestellt werden. Notwendige Zusatzinformationen sind der Zeitpunkt des Beginns und des Endes des Graphoelementes (zeitlicher Kontext) sowie die Kennzeichnung für den Registrierkanal (topografischer Kontext). Die Zusatzinformationen werden von der Start- bzw. Stopeinrichtung 10, 11 gesichert.

Die Zusatzeinrichtung 14 wird durch einen Klassifizierer vervollständigt. Die abgespeicherten Graphoelemente können somit hinsichtlich ihrer Signaleigenschaften klassifiziert und dargestellt werden. Zwischen dem Einlesen der Meßwerte durch die Einrichtung zum Einlesen 8 und dem Vergleichen mit vorgegebenen Werten in der Vergleichseinrichtung 9 wird eine Bewertungseinrichtung 20 geschaltet. Diese dient zur Datenreduktion und

verarbeitet die Meßwerte (EEG-Meßwerte) zu EEG-Werten. Dabei können Verrechnungen der EEG-Meßwerte genutzt werden, die die unterschiedlichen Signaleigenschaften von Hintergrundaktivität und epileptischen Graphoelementen kennzeichnen können. Es stehen hierfür folgende Berechnungen zur Verfügung:

- Spitzenwerte der Meßwerte (a)
- Mittelwertbildung (b)
- Effektivwert (c)
- Quantilwerte (d)
- gleitende Mittelwertschätzung (e)
- gleitende Momentenfunktionsschätzung (f)
- gleitende zentrierte Momentenfunktionsschätzung (g)
- rekursive Schätzung der Momentenfunktion (h)
- rekursive Schätzung der zentrierten Momentenfunktion (i)
- rekursive Schätzungen für Werte der Autokorrelationsfunktion (j)
- rekursive Schätzung von Funktionen akkumulierter Differenzen (k)
- rekursive Schätzung von Quantilwertintervallgrenzen (m)
- rekursive Schätzung des Mittelwertes in Form der Quantilwertintervallmitte (n)
- Bildung von adaptiven Mittelwerten des absoluten Betrages (o)
- Kreuzkorrelation (p)
- adaptiv bestimmte Nulldurchgangsanzahl der um den adaptiv gebildeten Mittelwert korrigierten Meßwertfolge (q)
- rekursive Schätzung des Mittelwertes der absoluten Werte der Quantilwertintervallüberschreitungen (r).

Die genannten Berechnungen werden sowohl parallel als auch hintereinander (in Reihe) angewandt. Dies bedeutet, daß Bewertungseinrichtungen 20 parallel als auch in Reihe betrieben werden. Es wird hiermit den Unterscheidungskriterien zwischen der Hintergrundaktivität und den epileptischen Graphoelementen als auch den zwischen den Graphoelementen selbst entsprochen.

Für die Spikedetektion wird die rekursive Schätzung des Mittelwertes der absoluten Werte der Quantilwertintervallüberschreitungen (r) als erster Berechnungsschritt (Amplitudenkriterium) verwendet. Dies wird für alle Kanäle getan (Parallelschaltung von Bewertungseinrichtungen 20). Parallel dazu wird die adaptiv bestimmte Nulldurchgangsanzahl der um den adaptiv gebildeten Mittelwert korrigierten Meßwertfolge (q) (Frequenzkriterium) ermittelt. Danach wird eine Kreuzkorrelationsberechnung (p) auf die Parameterverläufe (aller oder ausgewählter Kanäle) angewandt, die sich aus der rekursiven Schätzung des Mittelwertes der absoluten Werte der Quantilwertintervallüberschreitungen (r) ergeben. Die Auswahl geschieht auf der Grundlage von vorangegangenen Detektionsergebnissen und wird als Auswahlkriterium von der Vergleichseinrichtung 9 geliefert. Die Ergebnisse der Berechnungen werden der Vergleichseinrichtung 9 zugeführt. Ein Spike wird dann erkannt, wenn sowohl eine wertmäßig vorgegebene Überschreitung der rekursiven Schätzung des Mittelwertes der absoluten Werte der Quantilwertintervallüberschreitung als auch eine wertmäßige Überschreitung der Kreuzkorrelationswerte (inter-channel relations) vorliegt. Es wird zur Erhöhung der Effizienz der Detektion der Wertebereich der adaptiv bestimmten Nulldurchgangsanzahl der um den adaptiv gebildeten Mittelwert korrigierten Meßwertfolge (Frequenzkriterium) geprüft. Die Werte müssen in einem bestimmten Werteintervall liegen. Epileptische Krampfaktivität wird dadurch detektiert, daß eine rekursive Schätzung von Funktionen akkumulierter Differenzen (k) durchgeführt wird. Hierbei wird eine Schätzung für einen mittleren Frequenzinhalt der EEG-Meßwerte vorgenommen. Es wird dazu parallel die rekursive Schätzung von Quantilwertintervallgrenzen als Amplitudenkriterium berechnet. Beide Parameterverläufe werden für jeden Registrierkanal der Vergleichseinrichtung 9 zugeführt. Epileptische Krampfaktivität wird dann erkannt, wenn eine wertmäßige Überschreitung vorgegebener Werte der Vergleichseinrichtung 9 als Ergebnis des Vergleiches vorliegt. Die Effizienz beider Detektionsverfahren kann dadurch erhöht werden, daß die Bewertungseinrichtung 20 die arithmetische Verknüpfung der Meßwerte oder von Werten, die bereits in vorgeschalteten Bewertungseinheiten 20 berechnet wurden, ermöglicht. Erfolgt diese Verknüpfung in Form des sogenannten 4-NN (Nearest-Neighbours)-Interpolationsalgorithmus, so kann die Detektion im topografischen Kontext vorgenommen werden. Als Beispiel soll die Spikedetektion im topografischen Kontext erläutert werden. Die bereits oben definierten Detektionsbedingungen dienen dabei als Grundlage. Es wird zusätzlich geprüft, wie sich die topografische Verteilung des Mittelwertes der adaptiv bestimmten Nulldurchgangsanzahl der um den adaptiv gebildeten Mittelwert korrigierten Meßwertfolge (q) im detektierten Spikeintervall gegenüber der zeitlichen Umgebung des Spikes (Hintergrundaktivität) verhält. Dies spiegelt den Sachverhalt wieder, daß die topografische Verteilung dieses Parameters von Spikeereignis zu Spikeereignis stabil und in Intervallen von Hintergrundaktivität instabil ist. Für diese zusätzliche Prüfung wird im bereits detektierten Intervall der Mittelwert der adaptiv bestimmten Nulldurchgangsanzahl der um den adaptiv gebildeten Mittelwert korrigierten Meßwertfolge (q) ermittelt. Dieser Mittelwert wird für alle Kanäle ermittelt und über den 4-NN-Interpolationsalgorithmus zu einer Bildmatrix verarbeitet.

Diese Bildmatrix kann durch Parameter quantifiziert (z. B. Strukturiertheit des Bildes durch Varianz der Bildmatrix sowie Mittelwert der Bildmatrix) und mit vorgegebenen Werten in der Vergleichseinrichtung 9 verglichen werden. Der direkte Vergleich von Bildmatrizen (aktuellen und vorgegebenen) ist ebenfalls möglich. Bei generalisierter Spike- bzw. Krampfaktivität bilden die genannten Bildparameter eine Möglichkeit, die Zuverlässigkeit der Detektion zu erhöhen. Durch die flexible, kontextbezogene Struktur der Bewertungseinrichtung 20 (Parallelverarbeitung, Verarbeitung in Reihe) ergibt sich die Notwendigkeit einer dementsprechend angepaßten Struktur der Vergleichseinrichtung 9. Eine Parallelschaltung von Vergleichseinrichtungen 9 ist dann

notwendig, wenn mehrere Meßkanäle verarbeitet werden. Der Grad der Parallelisierung nimmt dann nochmals mit der Anzahl der pro Kanal in der Bewertungseinrichtung 20 angewandten Berechnungsfunktionen zu. In Reihe angeordnete Vergleichseinrichtungen 9 sind für hierarchisch strukturierte Detektionsverfahren notwendig. Zur Erläuterung soll nochmals die Spikedetektion herangezogen werden. Das dazu bisher erläuterte Verfahren ging davon aus, bestimmte Parameterverläufe in der Bewertungseinrichtung 20 zu berechnen und eine Detektion durch Vergleich mit vorgegebenen Werten in der Vergleichseinrichtung 9 vorzunehmen. Zusätzliche Detektionseffizienz wird durch Einbeziehung topografischer Parameter (aus Bildmatrix errechnet) der aus dem Mittelwert der adaptiv bestimmten Nulldurchgangsanzahl der um den adaptiv gebildeten Mittelwert korrigierten Meßwertfolge errechneten Bildmatrix erzielt. Der Vergleich der topografischen Parameter erfolgt nach dem Vergleich der Parameterverläufe, die zur Detektion verwendet werden. Beide Vergleichseinrichtungen 9 sind dementsprechend in Reihe geschaltet. Für die Detektion und Klassifikation epileptischer Graphoelemente ist es notwendig, in einem definierten Bereich von Abtastfrequenzen zu arbeiten. Für alle Berechnungen (Bewertungseinrichtung 20) und den darauf angewandten Detektionsverfahren (Vergleichseinrichtung 9) ist es wichtig, in der Regel mehr als 20 Abtastpunkte pro halbe Periodendauer zur Verfügung zu haben. Da die epileptischen Graphoelemente sowohl untereinander als auch personenbezogen variierende Grundfrequenzen aufweisen, ist eine optimale Anpassung der Abtastfrequenz notwendig. Für diesen Zweck wird zwischen der Meßwerterfassungseinheit 2, 3, 4, 5, 6 und der Einleseeinrichtung 8 eine Einstelleinrichtung 40 geschaltet. In dieser wird auf der Grundlage von Berechnungen der Momentanfrequenz bzw. der mittleren Frequenz der EEG-Meßwerte die Abtastfrequenz der Meßwerterfassungseinrichtung gesteuert. Dafür werden Berechnungsfunktionen für die Ermittlung der adaptiv bestimmten Nulldurchgangsanzahl der um den adaptiv gebildeten Mittelwert korrigierten Meßwertfolge in die Einstelleinrichtung 40 implementiert. Soll das Epilepsiemonitoring besonders für die Bestimmung von Spike-Aktivität eingesetzt werden, so genügt die Sensitivität der Detektionsalgorithmen der Vergleichseinrichtung 9. Die Zusatzeinrichtung 14 kann dann als Zähler ausgelegt sein, der die auf die Zeiteinheit bezogene Häufigkeit von Spikeaktivität auswertet. Bei Überschreitung eines kritischen Häufigkeitswertes wird eine Alarmfunktion ausgelöst, die den Patienten über das damit verbundene erhöhte Anfallsrisiko informiert. Damit können lebensgefährliche Unfallsituationen (Umgang mit kochendem Wasser, Treppensteigen etc.) vor und bei Anfällen umgangen werden, da sich der Patient auf einen möglichen Anfall einstellen kann. Voraussetzung ist eine hohe Effizienz der Spikedetektion, da eine hohe Anzahl von falsch positiven Detektionen zu Fehlalarmen und damit zur zusätzlichen Beunruhigung des Patienten führt.

2) Steuerung für Biofeedback und Funktionelle Elektrostimulation sowie Prothesensteuerung mittels Oberflächenelektromyogramm

Die ein- oder mehrkanalige Registrierung des Oberflächenelektromyogramms (EMG — elektrische Muskelaktivität) kann bei entsprechend kontextbezogener Verarbeitung für die drei Anwendungsgebiete Biofeedback, Funktionelle Elektrostimulation (FES) und Prothesensteuerung verwendet werden. Dabei wird mittels Oberflächen Elektroden das EMG registriert und verstärkt. Die verstärkten EMG-Meßwerte werden einer Meßwerterfassungseinrichtung 2, 3, 4, 5, 6 zugeführt, danach in der Meßwertverarbeitungseinrichtung 7 ausgewertet und Werte, die aus der Verarbeitung resultieren, der Zusatzeinrichtung 12 (im nachfolgenden Steuereinrichtung genannt) übergeben. Durch die Steuereinrichtung 12 werden Signale erzeugt, die

- a) für den Biofeedback Einrichtungen steuern, die dem Patienten visuell oder akustisch eine Eigenkontrolle von der Normalfunktion abweichender und zu therapierender Körperfunktionen ermöglichen (z. B. Muskelverspannungen),
- b) für die Funktionelle Elektrostimulation eine Reizeinrichtung steuern, die von der Normalfunktion abweichenden und zu therapierenden Körperfunktionen durch elektrische Reizung der Normalfunktion zu korrigieren und anzunähern versucht,
- c) für die Prothesensteuerung Steuersignale erzeugen, die Prothesen durch bewußte und gezielte Aktivierung von Muskeln zu gerichteten Bewegungen veranlassen, die natürliche Bewegungen nachvollziehen.

Die Meßwerterfassung besteht aus einem ein- oder mehrkanaligen Analog/Digital-Wandler der die EMG-Meßwerte digitalisiert. Eine Einleseeinrichtung 8 ermöglicht die Speicherung der digitalisierten EMG-Meßwerte. Die Einleseeinrichtung 8 besteht dabei aus Rechnerbaueinheiten, die den Transport der EMG-Meßwerte vom Analog/Digital-Wandler über den Rechnerbus in den Arbeitsspeicher des Rechners realisieren. Um die Erkennung von definierten Signalcharakteristika realisieren zu können, wird eine Einrichtung zum Vergleich von Werten in Form einer Vergleichseinrichtung 9 benötigt. Diese Einrichtung gewährleistet, daß ein ständiger Vergleich des Verlaufs von EMG-Werten mit vorgegebenen Werten erfolgt. Diese Werte können als apriori-Wissen wertmäßig abgespeichert und durch die Vergleichseinrichtung 9 abgerufen oder durch die Vergleichseinrichtung 9 ermittelt werden. Es ist dabei davon auszugehen, daß die Vergleichseinrichtung 9 durch einen oder mehrere Berechnungsalgorithmen darzustellen ist, die programmäßig für die Rechnerimplementierung realisiert werden. Die Algorithmen gewährleisten den Vergleich eines wertmäßigen Unter- bzw. Überschreitens zwischen EEG-Werten und vorgegebenen Werten. Weiterhin ist durch die Vergleichseinrichtung 9 zu gewährleisten, daß die Übereinstimmung des Wertebereiches der aktuellen EMG-Werte mit einem vorgegebenen Wertebereich ermittelt, das Verlassen eines vorgegebenen nicht notwendig zusammenhängenden Wertebereiches signalisiert, die Änderung der aktuellen EMG-Werte in einem vorbestimmten Zeitintervall um mehr als eine vorbestimmte Konstante erkannt und Zustände der Folge der aktuellen EMG-Werte wie monoton wachsend oder monoton fallend oder monoton streng wachsend oder monoton streng fallend oder konstant oder ein inverser Zustand der vorstehend angegebenen Zustände ermittelt werden können. Die beschriebenen Zustände

von EMG-Werten können die Abweichung vom Normzustand (apriori-Vorgabe oder vom Algorithmus erlernt) darstellen, die die Vergleichseinrichtung 9 ermittelt und mit dem Ergebnis eine Starteinrichtung 10 und eine Stoppeinrichtung 11 steuert. Diese steuern wiederum eine Steuereinrichtung 12, die durch die Starteinrichtung 10 eingeschaltet (aktiviert) und durch die Stoppeinrichtung ausgeschaltet (deaktiviert) wird. Einige konkrete Beispiele sollen dies verdeutlichen. Für den Biofeedback ist es wesentlich, das Über- und Unterschreiten einer EMG-Aktivität festzustellen. Die Steuereinrichtung 12 besteht in diesem Fall aus einer Einrichtung, die dem Patienten visuell oder akustisch eine Eigenkontrolle von der Normalfunktion abweichender und zu therapierender Körperfunktionen ermöglicht (z. B. Muskelverspannungen). Vom Patienten oder Arzt wird die Signalwirkung so eingestellt, daß entweder das Über- oder Unterschreiten dem Patienten mitgeteilt oder das Verbleiben im vorgegebenen Wertebereich signalisiert wird. Die Wahl wird vom gewünschten Therapieziel oder von individuellen Kriterien des Patienten abhängig gemacht.

Die Starteinrichtung 10 startet dann die Steuereinrichtung 12, die die Signalisierung erzeugt, und die Stoppeinrichtung 11 schaltet die Signalisierung durch die Steuereinrichtung 12 aus. Die Steuereinrichtung 12 kann in diesem Fall aus einer akustischen Einrichtung oder einer Lichtsignaleinrichtung bestehen. Im Fall der Funktionellen Elektrostimulation und der Prothesensteuerung werden dynamische Eigenschaften der EMG-Werte wie die Änderung der aktuellen EMG-Werte in einem vorbestimmten Zeitintervall um mehr als eine vorbestimmte Konstante und die Dynamik der Folge der aktuellen EMG-Werte wie monoton wachsend oder monoton fallend oder monoton streng wachsend oder monoton streng fallend oder konstant oder ein inverser Zustand der vorstehend angegebenen Zustände ausgewertet. Dem Auswertergebnis entsprechend wird die Steuereinrichtung 12 über die Starteinrichtung 10 eingeschaltet und über die Stoppeinrichtung 11 ausgeschaltet. In diesem Fall stellt die Steuereinrichtung 12 das Stellglied oder ein Teil des Stellgliedes eines geschlossenen Regelkreises dar. Der Regler besteht aus der Vergleichseinrichtung 9 mit einem Soll-Istwertvergleich (Vergleich zwischen vorgegebenen und aktuellen EMG-Werten). Hierbei kann die Steuereinrichtung 12 ausgeschaltet (Stoppeinrichtung 11) werden, wenn extrem unphysiologische EMG-Werte (Über- und Unterschreiten) erkannt werden. Dies kann durch Meßartefakte (Loslösung der Elektroden, Kabelbruch u. a. m.) bedingt sein. Der Stelleingriff durch die Steuereinrichtung 12 würde bei der Funktionellen Elektrostimulation zu überhöhten Reizströmen führen und bei der Prothesensteuerung zu unerwünschten Auslenkungen. Bleiben die EMG-Werte in einem vorgegebenen Wertebereich so ist eine Regelwirkung wirksam, die hinsichtlich ihrer Regeldynamik modifiziert werden kann. Dies geschieht durch Zu- bzw. Abschalten von Korrekturgliedern definierter Dynamik, die aus der Regeltechnik bekannt sind. Dazu wird ebenfalls die Start- bzw. Stoppeinrichtung 10, 11 verwendet. Welche Korrekturglieder zu- bzw. abgeschaltet werden, hängt davon ab, ob die Änderung der aktuellen EMG-Werte in einem vorbestimmten Zeitintervall um mehr als eine vorbestimmte Konstante erkannt oder Zustände der Folge der aktuellen EMG-Werte wie monoton wachsend oder monoton fallend oder monoton streng wachsend oder monoton streng fallend oder konstant oder ein inverser Zustand der vorstehend angegebenen Zustände ermittelt wurden. Beim Biofeedback wird diese Regelung mit Dynamikkorrektur durch den Menschen (Patienten) selbst vorgenommen. Zwischen dem Einlesen der Meßwerte durch die Einrichtung zum Einlesen 8 und dem Vergleichen mit vorgegebenen Werten in der Vergleichseinrichtung 9 wird eine Bewertungseinrichtung 20 geschaltet. Diese dient zur Datenreduktion und verarbeitet die Meßwerte (EMG-Meßwerte) zu EMG-Werten. Dabei können Verrechnungen der EMG-Meßwerte genutzt werden, die die unterschiedlichen Signaleigenschaften kennzeichnen.

Es stehen hierfür folgende Berechnungen zur Verfügung:

- Spitzenwerte der Meßwerte (a)
- Mittelwertbildung (b)
- Effektivwert (c)
- Quantilwerte (d)
- gleitende Mittelwertschätzung (e)
- gleitende Momentenfunktionsschätzung (f)
- gleitende zentrierte Momentenfunktionsschätzung (g)
- rekursive Schätzung der Momentenfunktion (h)
- rekursive Schätzung der zentrierten Momentenfunktion (i)
- rekursive Schätzungen für Werte der Autokorrelationsfunktion (j)
- rekursive Schätzung von Funktionen akkumulierter Differenzen (k)
- rekursive Schätzung von Quantilwertintervallgrenzen (m)
- rekursive Schätzung des Mittelwertes in Form der Quantilwertintervallmitte (n)
- Bildung von adaptiven Mittelwerten des absoluten Betrages (o)
- Kreuzkorrelation (p)
- adaptiv bestimmte Nulldurchgangsanzahl der um den adaptiv gebildeten Mittelwert korrigierten Meßwertfolge (q)
- rekursive Schätzung des Mittelwertes der absoluten Werte der Quantilwertintervallüberschreitungen (r).

Die genannten Berechnungen werden sowohl parallel als auch hintereinander (in Reihe) angewandt. Dies bedeutet, daß Bewertungseinrichtungen 20 parallel als auch in Reihe betrieben werden.

Als EMG-Werte werden die Berechnungen:

- der Spitzenwerte (a)
- die Mittelwertbildung (b)
- die Effektivwertberechnung (c)

- die Quantilwertbestimmung (d)

aus den Wertefolgen verwendet, die die EMG-Aktivität (EMG-Meßwerte) quantifizieren. Dies sind die

- gleitende Momentenfunktionsschätzung (f)
- gleitende zentrierte Momentenfunktionsschätzung (g)
- rekursive Schätzung der Momentenfunktion (h)
- rekursive Schätzung der zentrierten Momentenfunktion (i)
- rekursive Schätzungen für Werte der Autokorrelationsfunktion (j)
- rekursive Schätzung von Quantilwertintervallgrenzen (m)
- Bildung von adaptiven Mittelwerten des absoluten Betrages (o)
- Kreuzkorrelation (p).

Um Glättungseffekte zu erreichen, kann auf alle Wertefolgen die

- gleitende Mittelwertschätzung (e)
- rekursive Schätzung des Mittelwertes in Form der Quantilwertintervallmitte (n)

angewandt werden. Die Effizienz der Auswertung von Oberflächenmyogrammen kann dadurch erhöht werden, daß die Bewertungseinrichtung 20 die arithmetische Verknüpfung der Meßwerte oder von Werten, die bereits in vorgeschalteten Bewertungseinheiten 20 berechnet wurden, ermöglicht. Erfolgt diese Verknüpfung in Form des sogenannten 4-NN (Nearest-Neighbours)-Interpolationsalgorithmus, so kann die Auswertung im topografischen Kontext vorgenommen werden. Über ein Muskellareal werden Elektroden zur Registrierung des Oberflächenmyogramms angebracht, die die flächenmäßige Auswertung der elektrischen Muskelaktivität ermöglichen. Über Verstärker, die Meßwerterfassungseinrichtung 2, 3, 4, 5, 6 und die Einleseeinrichtung 8 werden die EMG-Meßwerte der Bewertungseinrichtung 20 zugeführt. Hier werden die Parameter berechnet, die leistungsäquivalent (physikalische Leistung) sind.

Dies sind alternativ

- Effektivwert (c),
- Quantilwerte (d),
- gleitende Momentenfunktionsschätzung (f),
- gleitende zentrierte Momentenfunktionsschätzung (g),
- rekursive Schätzung der Momentenfunktion (h),
- rekursive Schätzung der zentrierten Momentenfunktion (i),
- rekursive Schätzungen für Werte der Autokorrelationsfunktion (j) und
- rekursive Schätzung von Quantilwertintervallgrenzen (m).

Diese Parameter (EMG-Werte) werden durch Mittelwertbildung (b) in definierten Zeitintervallen leistungsäquivalent gemacht. Dieser Mittelwert wird für alle Kanäle ermittelt und über den 4-NN-Interpolationsalgorithmus zu einer Bildmatrix verarbeitet. Diese Bildmatrix kann durch Parameter quantifiziert (z. B. Strukturiertheit des Bildes durch Effektivwert (c) der Bildmatrix sowie Mittelwert (b) der Bildmatrix) und mit vorgegebenen Werten in der Vergleichseinrichtung 9 verglichen werden. Der direkte Vergleich von Bildmatrizen (aktuellen und vorgegebenen) ist ebenfalls möglich. Somit können für die Biofeedbackanwendung, die funktionelle Elektrostimulation und die Prothesensteuerung auch topografische Aktivitätsmuster einbezogen werden. Durch die flexible, kontextbezogene Struktur der Bewertungseinrichtung 20 (Parallelverarbeitung, Verarbeitung in Reihe) ergibt sich die Notwendigkeit einer dementsprechend angepaßten Struktur der Vergleichseinrichtung 9. Eine Parallelschaltung von Vergleichseinrichtungen ist dann notwendig, wenn mehrere Meßkanäle verarbeitet werden. Der Grad der Parallelisierung nimmt dann nochmals mit der Anzahl der pro Kanal in der Bewertungseinrichtung 20 angewandten Berechnungsfunktionen zu.

Zur Funktionsfähigkeit von Biofeedback, funktioneller Elektrostimulation ist es notwendig, daß zwischen Vergleichseinrichtung 9 und Starteinrichtung 10 und/oder zwischen Vergleichseinrichtung 9 und Stopeinrichtung 11 (Fälle A) und/oder zwischen Bewertungseinrichtung 20 und einer weiteren Bewertungseinrichtung 20 und/oder zwischen der Vergleichseinrichtung 9 und einer weiteren Vergleichseinrichtung 9 und/oder zwischen der Bewertungseinrichtung 20 und der Vergleichseinrichtung 9 (Fälle B) eine Zeitverzögerungseinrichtung 30 geschaltet ist. Damit werden zeitliche Unterschiede korrigiert, die sich aus

- den unterschiedlichen Rechenzeiten für die einzelnen Algorithmen und
- z. B. Verzögerungsunterschiede, die sich aus den unterschiedlichen Fensterlängen bei gleitenden Berechnungen ergeben (Fälle B).

Weiterhin ist es notwendig, Zeitverzögerungseinrichtungen zur Dynamikkorrektur der Regelung bei funktioneller Elektrostimulation und Prothesensteuerung einzusetzen (Fälle A). Da die registrierten Oberflächenmyogramme untereinander als auch personenbezogen variierende Frequenzbereiche aufweisen, ist eine optimale Anpassung der Abtastfrequenz notwendig. Für diesen Zweck wird zwischen der Meßwerterfassungseinrichtung 2, 3, 4, 5, 6 und der Einleseeinrichtung 8 eine Einstelleinrichtung 40 geschaltet. In dieser wird auf der Grundlage von Berechnungen der Momentanfrequenz bzw. der mittleren Frequenz der EEG-Meßwerte die Abtastfrequenz der Meßwerterfassungseinrichtung 2, 3, 4, 5, 6 gesteuert. Dafür werden Berechnungsfunktionen

für die Ermittlung der rekursiven Schätzung von Funktionen akkumulierter Differenzen (k) oder der adaptiv bestimmten Nulldurchgangszahl der um den adaptiv gebildeten Mittelwert korrigierten Meßwertfolge (q) in die Einsteleinrichtung 40 implementiert.

Patentansprüche

1. Mit einem biologischen Objekt (1) über mehrkanalige Meßwertaufzeichnungseinrichtungen (2, 3, 4, 5, 6) verbundene Meßwertverarbeitungseinrichtung (7), die mit einer Zusatzeinrichtung (12, 13, 14) gekoppelt ist, wobei die Meßwertverarbeitungseinrichtung (7) umfaßt:

eine erste Einrichtung (8) zum ein- oder mehrkanaligen Einlesen von Meßwerten von mindestens einer der Meßwertaufzeichnungseinrichtungen (2, 3, 4, 5, 6) in die Meßwertverarbeitungseinrichtung (7),

eine zweite Einrichtung (9) zum Vergleichen der Meßwerte mit vorgegebenen Werten,

eine dritte Einrichtung (10) zum Starten der Zusatzeinrichtung (12, 13, 14), wenn ein vorgegebener erster Wert erreicht ist,

eine vierte Einrichtung (11) zum Stoppen der Zusatzeinrichtung (12, 13, 14) wenn ein vorgegebener zweiter Wert erreicht ist,

dadurch gekennzeichnet,

daß die zweite Einrichtung (9) zum Vergleichen der Meßwerte mit vorgegebenen ein- bzw. mehrkanaligen Meßwertstrukturen angeordnet ist,

daß die dritte Einrichtung (10) zum Starten der Zusatzeinrichtung (12, 13, 14), wenn eine vorgegebene erste Meßwertstruktur erreicht ist, angeordnet ist,

daß die vierte Einrichtung (11) zum Stoppen der Zusatzeinrichtung (12, 13, 14), wenn eine vorgegebene zweite Meßwertstruktur erreicht ist, angeordnet ist, und

daß zwischen erster (8) und zweiter Einrichtung (9) eine als Bewertungseinrichtung ausgebildete fünfte Einrichtung (20) zur Berechnung von Werten von Kenngrößen aus Meßwertfolgen zwecks Datenreduktion angeordnet ist.

2. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß die Vergleichseinrichtung (9) so angeordnet ist, daß ein Muster von Meßwerten oder Werten des mindestens einen Kanals (k1, k2, k3, k4, k5) mit einem vorgegebenen Muster verglichen wird, bei deren Übereinstimmung die Starteinrichtung (10) oder die Stopeinrichtung (11) aktiviert wird.

3. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß die Vergleichseinrichtung (9) so angeordnet ist, daß die Starteinrichtung (10) oder die Stopeinrichtung (11) bei Überschreitung eines vorbestimmten Meßwertes oder Wertes aktiviert wird.

4. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß die Vergleichseinrichtung (9) so angeordnet ist, daß die Starteinrichtung (10) oder die Stopeinrichtung (11) bei Unterschreitung eines vorbestimmten Meßwertes oder Wertes aktiviert wird.

5. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß die Vergleichseinrichtung (9) so angeordnet ist, daß die Starteinrichtung (10) oder die Stopeinrichtung (11) aktiviert wird, wenn die Meßwerte oder Werte einen vorgegebenen nicht notwendig zusammenhängenden Wertebereich verlassen.

6. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß die Vergleichseinrichtung (9) so angeordnet ist, daß die Starteinrichtung (10) oder die Stopeinrichtung (11) aktiviert wird, wenn sich die Meßwerte oder Werte in einem vorbestimmten Zeitintervall um mehr als eine vorbestimmte Konstante ändern.

7. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß die Vergleichseinrichtung (9) so angeordnet ist, daß die Starteinrichtung (10) oder die Stopeinrichtung (11) aktiviert wird, wenn die Meßwertfolge oder die Folge der Werte monoton wachsend oder monoton fallend oder monoton streng wachsend oder monoton streng fallend oder konstant oder ein inverser Zustand der vorstehend angegebenen Zustände annimmt.

8. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 1 bis 7, dadurch gekennzeichnet, daß der Vergleichseinrichtung (9) die Meßwertfolge oder die Folge von Werten eines der Kanäle (k1, k2, k3, k4, k5) zugeführt werden und daß der Vergleichseinrichtung (9) eine zweite Vergleichseinrichtung (9) in Reihe geschaltet ist, der die Meßwertfolge oder die Folge von Werten mindestens eines weiteren Kanals (k2, k3, k4, k5; k1) zugeführt werden.

9. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 1 bis 7, dadurch gekennzeichnet, daß der Vergleichseinrichtung (9) die Meßwertfolge oder die Folge von Werten eines der Kanäle (k1, k2, k3, k4, k5) zugeführt werden und daß der Vergleichseinrichtung (9) eine zweite Vergleichseinrichtung (9) parallel geschaltet ist, der die Meßwertfolge oder die Folge von Werten mindestens eines weiteren Kanals (k2, k3, k4, k5; k1) zugeführt werden.

10. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Ermittlung von Spitzenwerten der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist.

11. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von Mittelwerten der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist.

12. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von Effektivwerten der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist.

13. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von Quantilwerten der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist.
14. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von gleitenden Mittelwertschätzungen der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist. 5
15. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von gleitenden Momentenfunktionsschätzungen der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist.
16. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von gleitenden zentrierten Momentenfunktionsschätzungen der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist. 10
17. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von rekursiven Schätzungen der Momentenfunktion der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist. 15
18. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von rekursiven Schätzungen der zentrierten Momentenfunktion der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist.
19. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von rekursiven Schätzungen für Werte der Autokorrelationsfunktion der Meßwerte als eine der Kenngrößen ausgebildet ist. 20
20. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von rekursiven Schätzungen von Funktionen akkumulierter Differenzen der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist.
21. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von rekursiven Schätzungen von Quantilwertintervallgrenzen der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist. 25
22. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von rekursiven Schätzungen des Mittelwertes in Form der Quantilwertintervallmitte der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist. 30
23. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von rekursiven Schätzungen des Mittelwertes der absoluten Werte der Quantilwertintervallüberschreitungen der Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist.
24. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von adaptiven Mittelwerten des absoluten Betrages der Meßfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist. 35
25. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung von adaptiv bestimmten Nulldurchgangszahlen der um den adaptiv gebildeten Mittelwert korrigierten Meßwertfolge oder der Folge von Werten als eine der Kenngrößen ausgebildet ist. 40
26. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung rekursiver Kreuzkorrelationsfunktionen auf der Basis der Meßwertfolgen oder der Folgen von Werten zweier Kanäle (k_1 , k_2 , k_3 , k_4 , k_5) als eine der Kenngrößen ausgebildet ist. 45
27. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 9, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) zur Bildung rekursiver Schätzungen von Funktionen akkumulierter Kreuzdifferenzen der Meßwertfolgen oder der Folgen von Werten zweier Kanäle als eine der Kenngrößen ausgebildet ist.
28. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 27, dadurch gekennzeichnet, daß der Bewertungseinrichtung (20) die Meßwerte mindestens eines Kanals (k_1 , k_2 , k_3 , k_4 , k_5) zugeführt werden und daß der Bewertungseinrichtung (20) eine zweite Bewertungseinrichtung (20) in Reihe geschaltet ist, dem die Meßwerte mindestens eines weiteren Kanals (k_2 , k_3 , k_4 , k_5 ; k_1) zugeführt werden. 50
29. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 27, dadurch gekennzeichnet, daß der Bewertungseinrichtung (20) die Meßwerte mindestens eines Kanals (k_1 , k_2 , k_3 , k_4 , k_5) zugeführt werden und daß der Bewertungseinrichtung (20) eine zweite Bewertungseinrichtung (20) parallel geschaltet ist, dem die Meßwerte mindestens eines weiteren Kanals (k_2 , k_3 , k_4 , k_5 ; k_1) zugeführt werden. 55
30. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 27, dadurch gekennzeichnet, daß der Bewertungseinrichtung (20) die Meßwerte mehrerer Kanäle den Kanälen (k_1 , k_2 , k_3 , k_4 , k_5) zugeführt werden und daß die Bewertungseinrichtung (20) zur arithmetischen Verknüpfung der Meßwerte der Kanäle (k_2 , k_3 , k_4 , k_5 ; k_1) ausgebildet ist. 60
31. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 2 bis 30, dadurch gekennzeichnet, daß mehrere Bewertungseinrichtungen (20) und/oder Vergleichseinrichtungen (9) in Reihe und/oder parallel zueinander geschaltet sind.
32. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 31, dadurch gekennzeichnet, daß zwischen Vergleichseinrichtung (9) und Starteinrichtung (10) und/oder zwischen Vergleichseinrichtung (9) und Stopeinrichtung (11) und/oder zwischen der Bewertungseinrichtung (20) und einer weiteren Bewertungseinrichtung (20) und/oder zwischen der Vergleichseinrichtung (9) und einer weiteren Vergleichsein-

richtung (9) und/oder zwischen der Vergleichseinrichtung (9) und der Bewertungseinrichtung (20) eine Zeitverzögerungseinrichtung (30) geschaltet ist.

33. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 32, dadurch gekennzeichnet, daß die Zeitverzögerungseinrichtung (30) so angeordnet ist, daß die Starteinrichtung (10) oder die Stopeinrichtung (11) zeitlich nach Übereinstimmung der Meßwertstruktur mit den vorbestimmten Meßwertstrukturen aktiviert wird.

34. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 32, dadurch gekennzeichnet, daß die Zeitverzögerungseinrichtung (30) so angeordnet ist, daß die Starteinrichtung (10) oder die Stopeinrichtung (11) zeitlich vor Übereinstimmung der Meßwertstruktur mit den vorbestimmten Meßwertstrukturen aktiviert wird.

35. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 34, dadurch gekennzeichnet, daß der Einleseeinrichtung (8) eine Einstelleinrichtung (40) zur Einstellung der Abtastfrequenz mindestens einer Meßwertaufzeichnungseinrichtung (2, 3, 4, 5, 6) vorgeschaltet ist.

36. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 35, dadurch gekennzeichnet, daß die Einstelleinrichtung (40) zur Einstellung der Abtastfrequenz mittels erfaßter Mittelwertdurchgänge der Meßwertfolgen ausgebildet ist.

37. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 35, dadurch gekennzeichnet, daß die Einstelleinrichtung (40) so angeordnet ist, daß die Abtastfrequenz mittels rekursiv erfaßter Mittelwertdurchgänge der Meßwertfolge eingestellt wird.

38. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 37, dadurch gekennzeichnet, daß die Bewertungseinrichtung (20) so ausgebildet ist, daß die rekursiv gebildeten Kenngrößen als adaptiv gebildete Kenngrößen ausgeführt sind.

39. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 38, dadurch gekennzeichnet, daß die Zusatzeinrichtung eine Steuereinrichtung (12) zum Steuern des biologischen Objektes (1) ist.

40. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 39, dadurch gekennzeichnet, daß die Zusatzeinrichtung eine Speichereinrichtung (13) zum Speichern der Meßwerte ist.

41. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 40, dadurch gekennzeichnet, daß die Zusatzeinrichtung eine Warneinrichtung (14) zum Anzeigen eines unerwünschten Zustandes des biologischen Objektes (1) ist.

42. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 41, dadurch gekennzeichnet, daß die mehrkanalige Meßwertaufzeichnungseinrichtung (2, 3, 4, 5, 6) zur Erfassung eines Elektroenzephalogramms ausgebildet ist.

43. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 41, dadurch gekennzeichnet, daß die mehrkanalige Meßwertaufzeichnungseinrichtung (2, 3, 4, 5, 6) zur Erfassung eines Elektromyogramms ausgebildet ist.

44. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 41, dadurch gekennzeichnet, daß die mehrkanalige Meßwertaufzeichnungseinrichtung (2, 3, 4, 5, 6) zur Erfassung evozierter Potentiale ausgebildet ist.

45. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 41, dadurch gekennzeichnet, daß die mehrkanalige Meßwertaufzeichnungseinrichtung (2, 3, 4, 5, 6) zur Erfassung kortikaler Gleichspannungspotentiale ausgebildet ist.

46. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 45, dadurch gekennzeichnet, daß die mehrkanalige Meßwertaufzeichnungseinrichtung (2, 3, 4, 5, 6) zur zusätzlichen Erfassung polygraphischer Daten ausgebildet ist.

47. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 46, dadurch gekennzeichnet, daß die mehrkanalige Meßwertaufzeichnungseinrichtung (2, 3, 4, 5, 6) zur zusätzlichen Erfassung mechanographischer Daten ausgebildet ist.

48. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 46, dadurch gekennzeichnet, daß die polygraphischen Daten die Messungen von Atmung, Herzfrequenz, Elektrokardiogramm, Atemfrequenz, Blutdruck, Elektrookulogramm und Temperatur beinhaltet.

49. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 47, dadurch gekennzeichnet, daß die mechanographischen Daten die Messung von Kraft-, Weg-, Geschwindigkeits-, Beschleunigungs-, Druck-, Zug-, Drehmomenten- und Torsionsgrößen beinhaltet.

50. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 39, dadurch gekennzeichnet, daß die Steuereinrichtung (12) eine akustische und/oder visuelle Signalwirkung zum Biofeedback beinhaltet.

51. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 39, dadurch gekennzeichnet, daß die Steuereinrichtung (12) eine elektrische Reizung zur funktionellen Elektrostimulation beinhaltet.

52. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach einem der Ansprüche 1 bis 39, dadurch gekennzeichnet, daß die Steuereinrichtung (12) eine Steuerung und Regelung von Prothesen beinhaltet.

53. Mit einem biologischen Objekt (1) über mehrkanalige Meßwertaufzeichnungseinrichtungen (2, 3, 4, 5, 6) verbundene Meßwertverarbeitungseinrichtung (7), die mit einer Zusatzeinrichtung (12, 13, 14) gekoppelt ist, dadurch gekennzeichnet,

daß die Meßwertverarbeitungseinrichtung (7) eine Einleseeinrichtung (8) zum mehrkanaligen Einlesen von Meßwerten von mindestens einer der Meßwertaufzeichnungseinrichtungen (2, 3, 4, 5, 6) umfaßt, und daß mit der Einleseeinrichtung (8) eine Einstelleinrichtung (40) zur Einstellung der Abtastfrequenz mindestens einer Meßwertaufzeichnungseinrichtung (2, 3, 4, 5, 6) vorgeschaltet ist.

54. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 53, dadurch gekennzeichnet, daß die Einstelleinrichtung (40) zur Einstellung der Abtastfrequenz mittels erfaßter Mittelwertdurchgänge der Meßwertfolgen ausgebildet ist.

55. Meßwertverarbeitungseinrichtung nach Anspruch 53, dadurch gekennzeichnet, daß die Einstelleinrichtung

tung (40) so angeordnet ist, daß die Abtastfrequenz mittels rekursiv erfaßter Mittelwertdurchgänge der Meßwertfolge eingestellt wird.

56. Mit einem biologischen Objekt (1) über mehrere Kanäle (k1, k2, k3, k4, k5) von Meßwertaufzeichnungseinrichtungen (2, 3, 4, 5, 6) verbundene Meßwertverarbeitungseinrichtung (7), die mit einer Zusatzeinrichtung (12, 13, 14) gekoppelt ist, dadurch gekennzeichnet, daß die Meßwertverarbeitungseinrichtung (7) umfaßt:
eine erste Einrichtung (8) zum ein- oder mehrkanaligen Einlesen von Meßwerten von mindestens einer der Meßwertaufzeichnungseinrichtungen (2, 3, 4, 5, 6) in die Meßwertverarbeitungseinrichtung (7),
eine zweite Einrichtung (9) zum Vergleichen der Meßwerte mit vorgegebenen Werten, wobei beim Erreichen einer ersten vorgegebenen Meßwertstruktur ein weiterer Kanal (k2, k3, k4, k5, k6) eingelesen wird.

Hierzu 8 Seite(n) Zeichnungen

– Leerseite –

Fig. 1

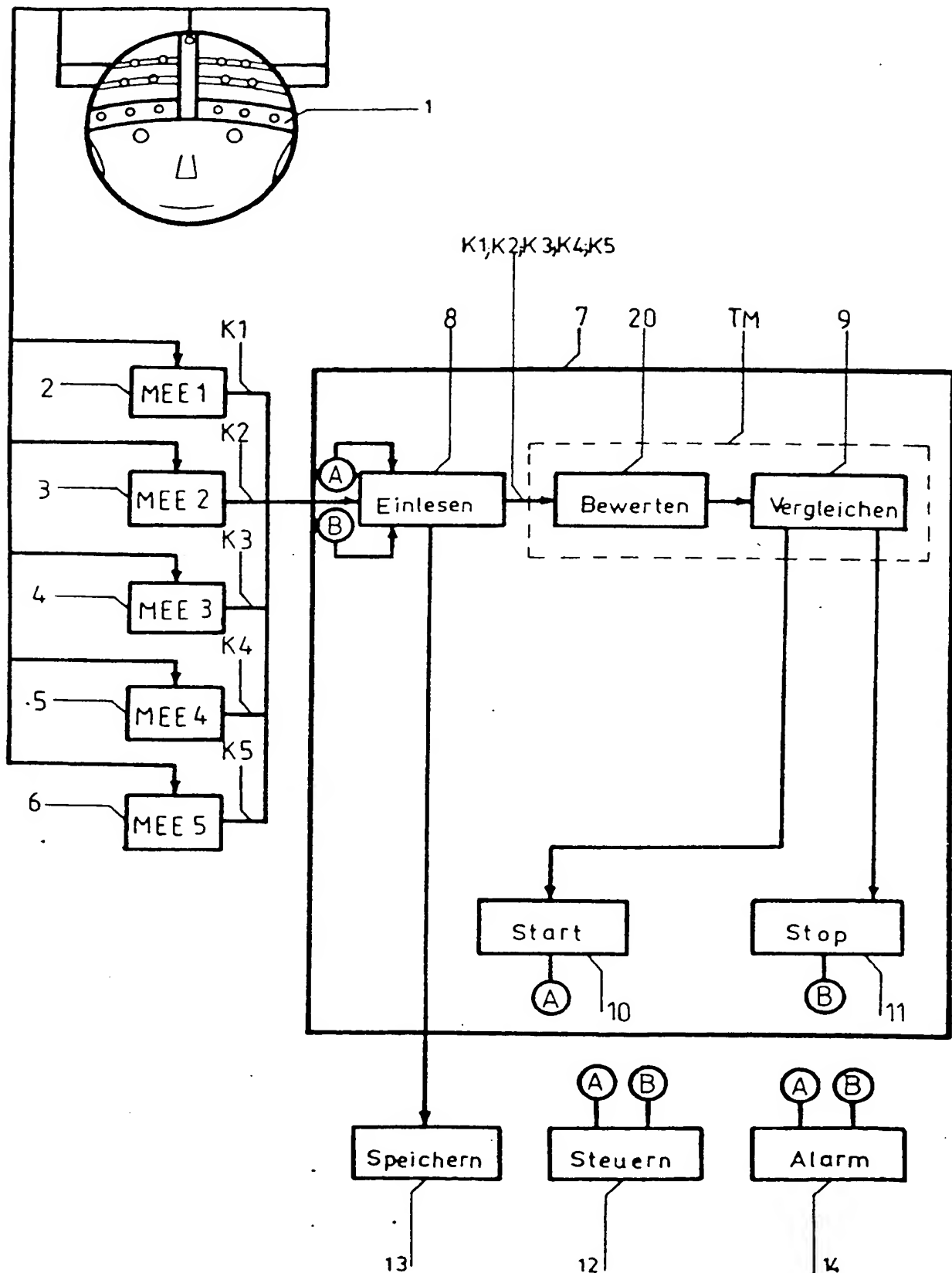


Fig. 2

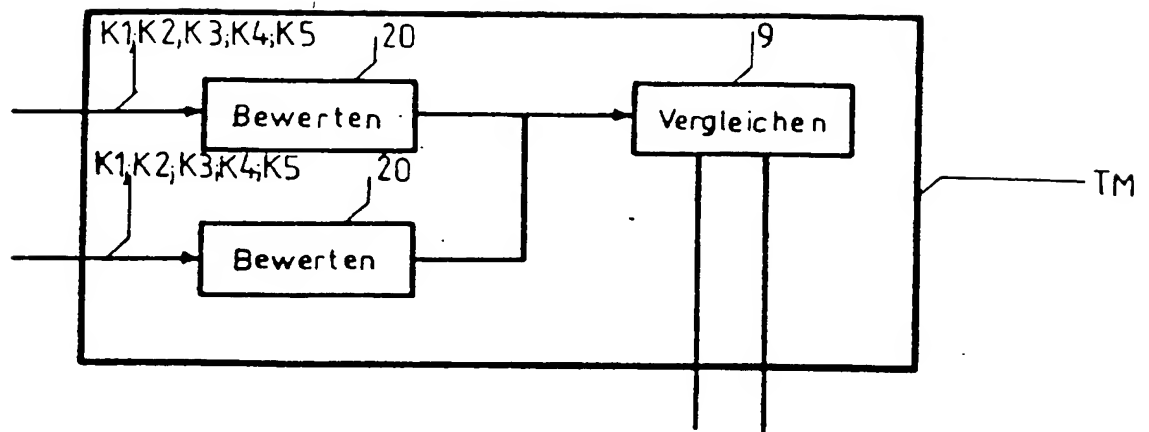


Fig. 3

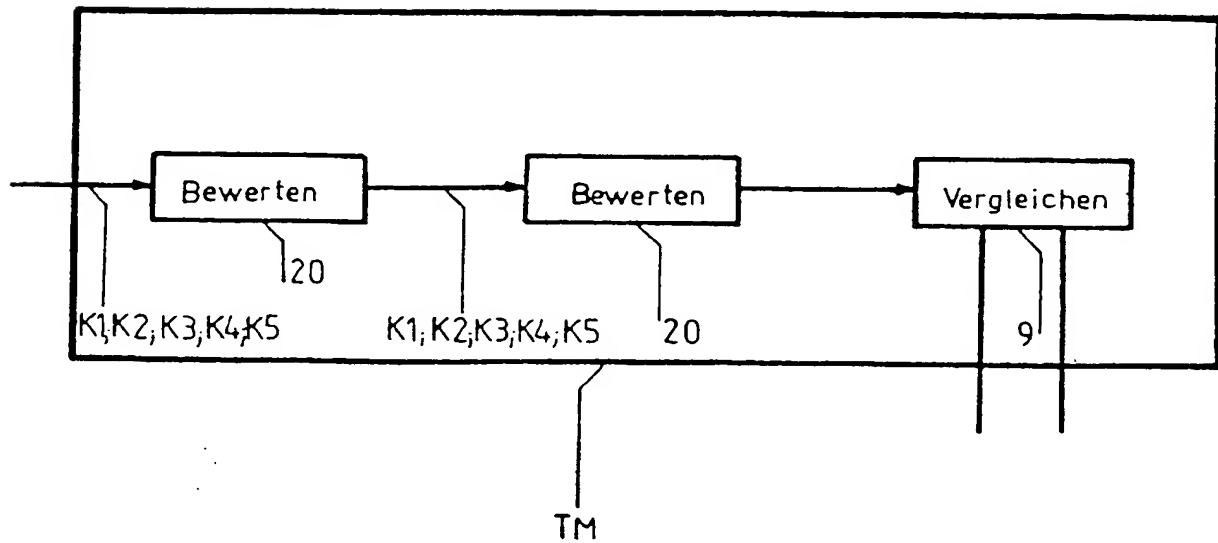


Fig. 4

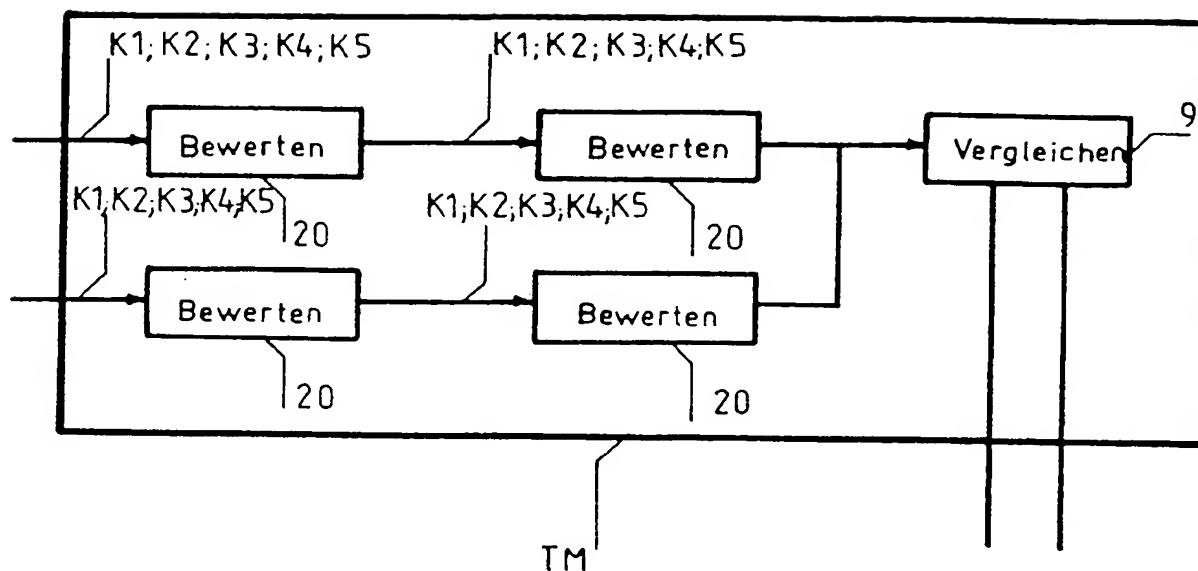


Fig. 5

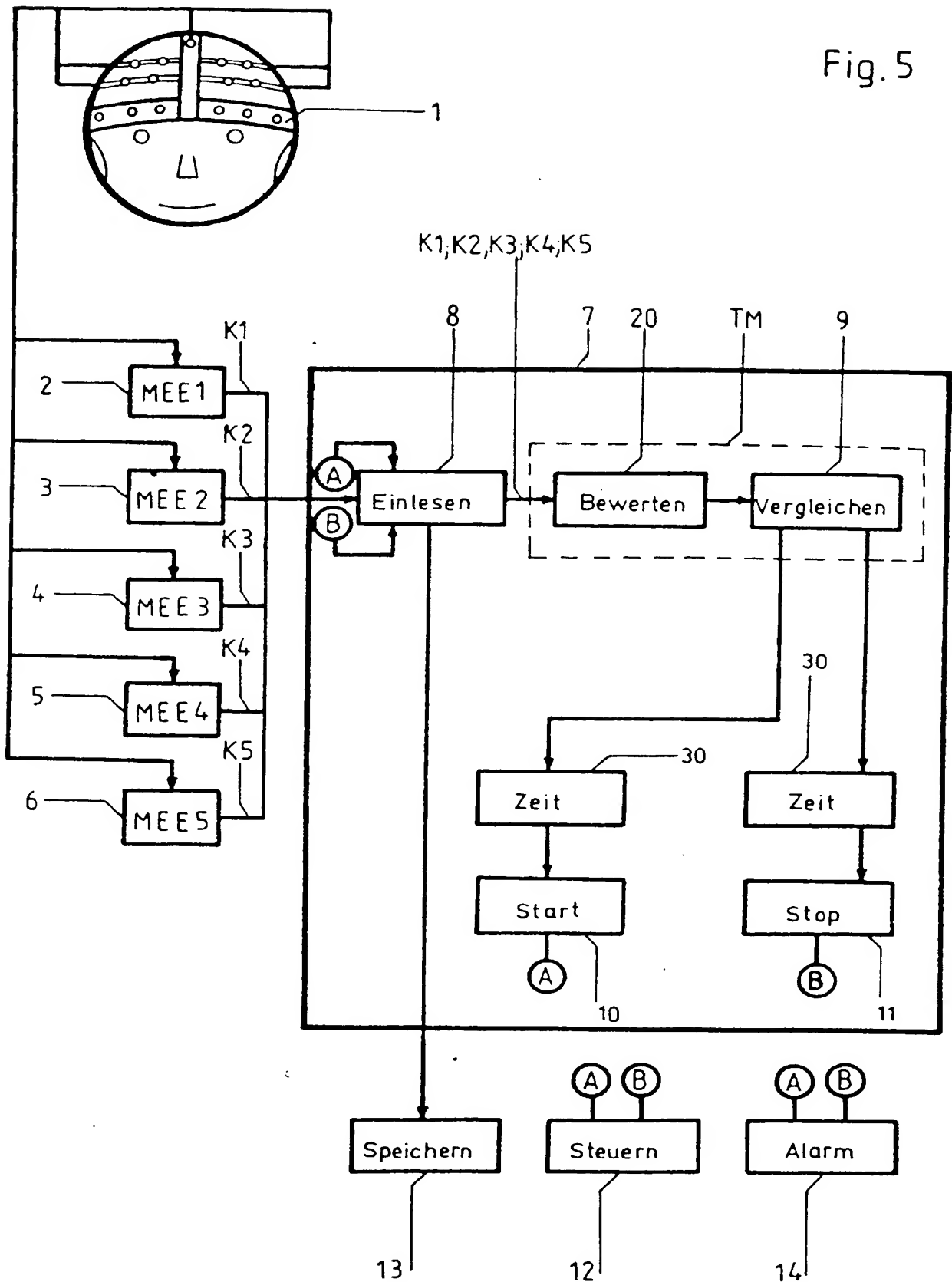
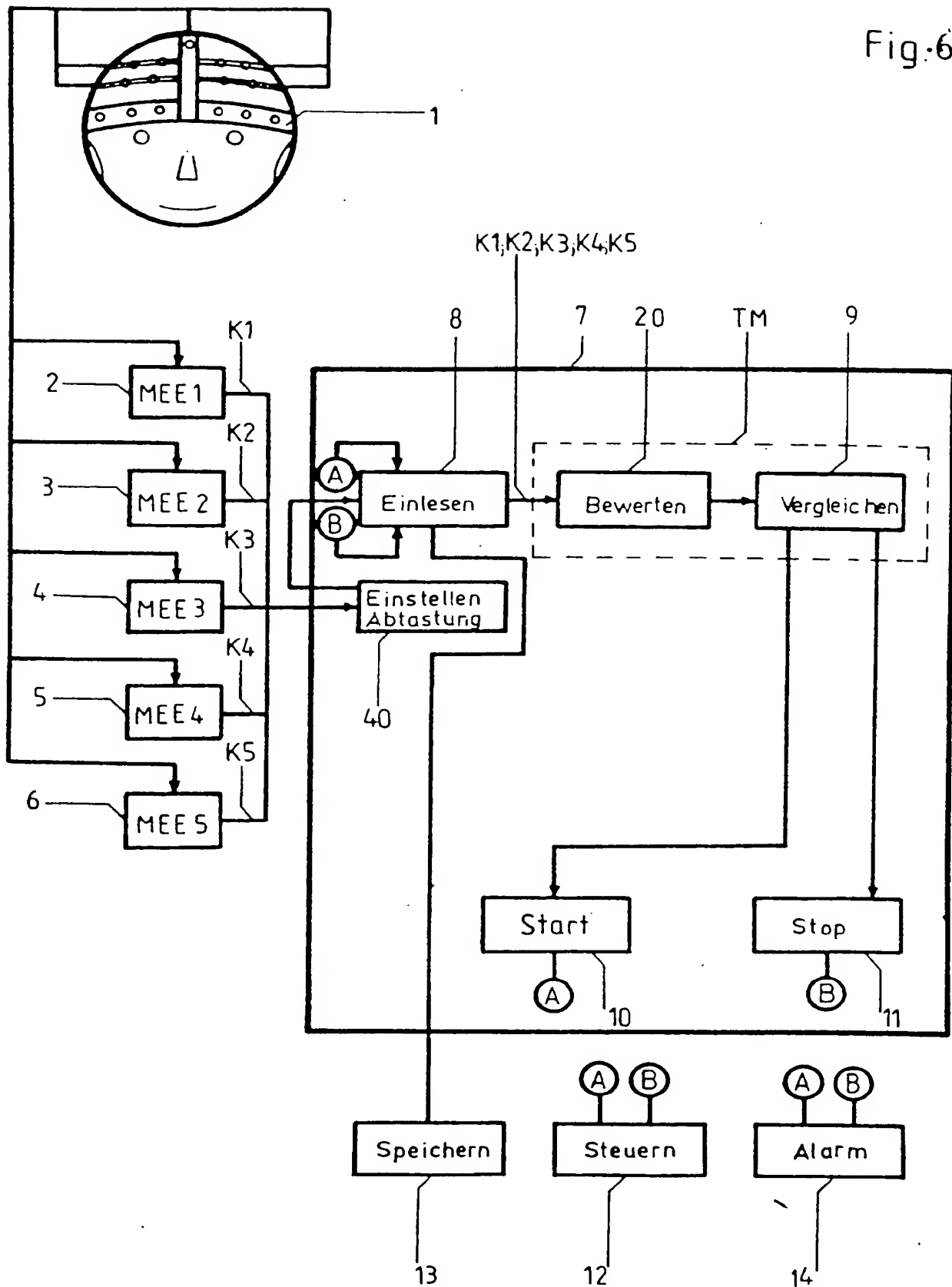
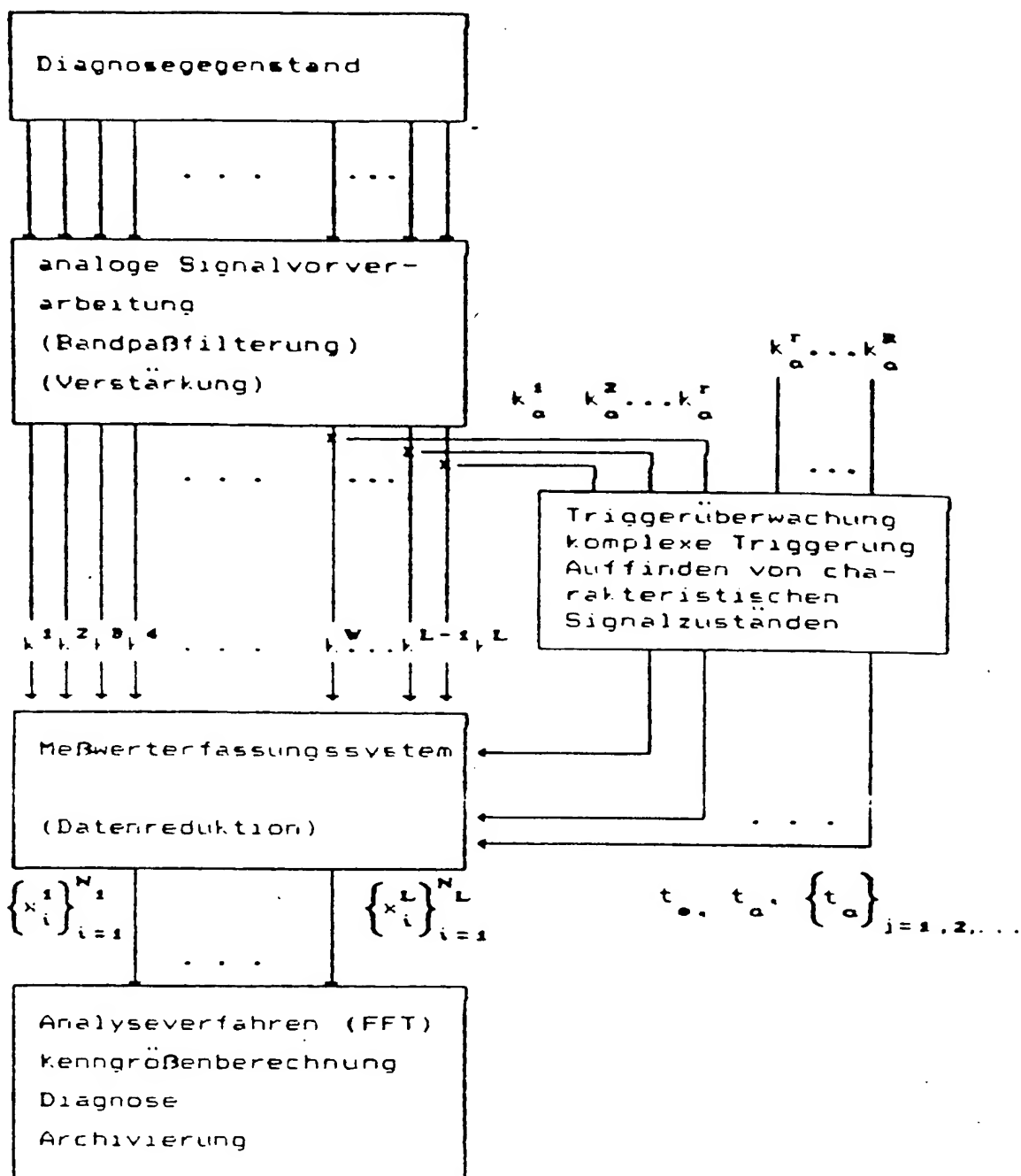


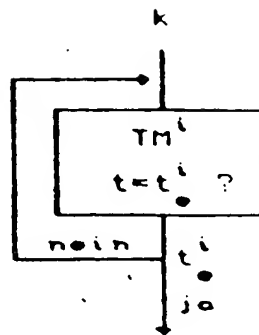
Fig. 6





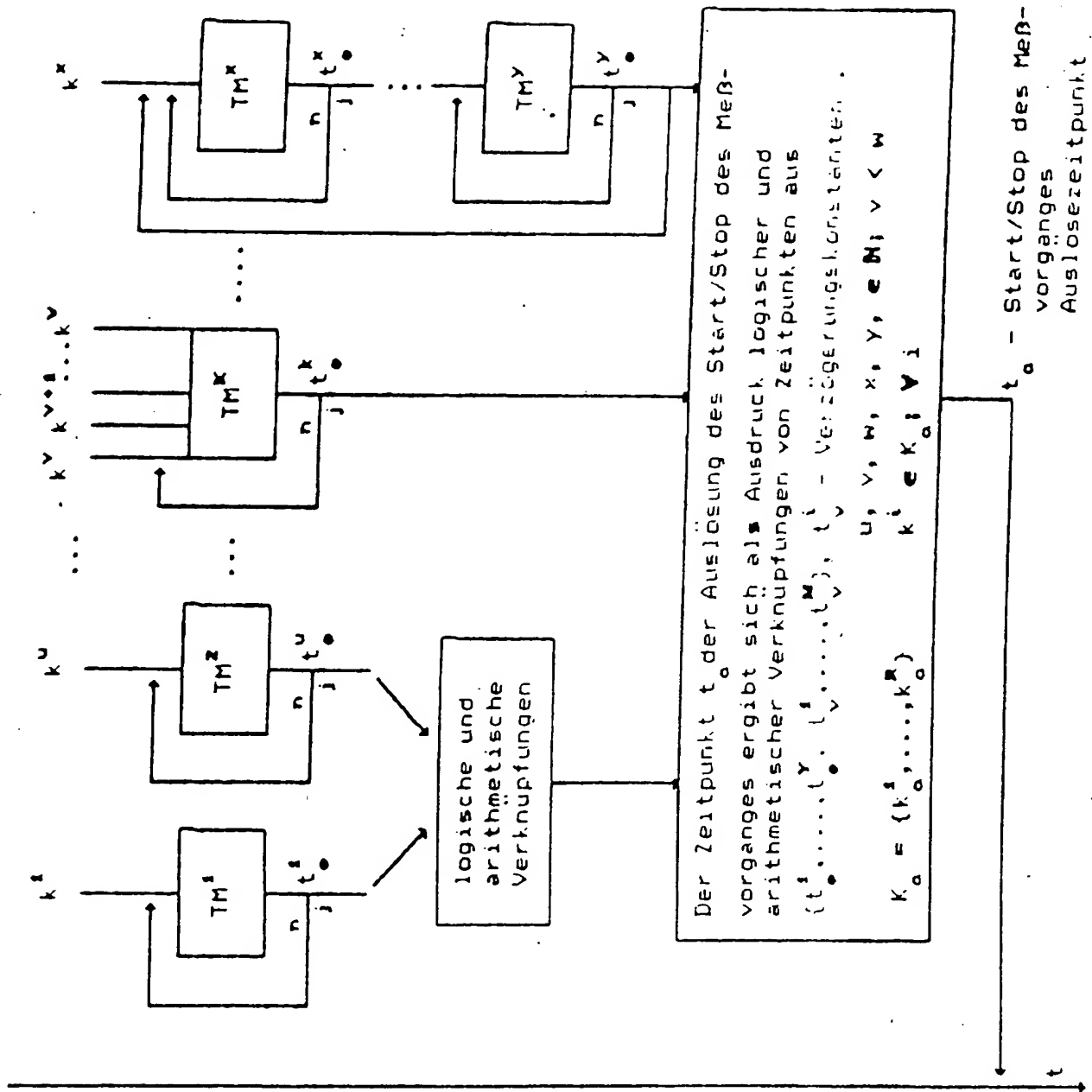
$$L, N_i, R, i, r \in \mathbb{N}$$

Figur A 1 Meßwertaufassungssystem
(Input/Output - Beziehungen)



$k \in \mathbb{N}_0$

Figur A 5



Figur A 6 Struktur und Mustererkennung mittels komplexer Triggerung

**This Page is Inserted by IFW Indexing and Scanning
Operations and is not part of the Official Record**

BEST AVAILABLE IMAGES

Defective images within this document are accurate representations of the original documents submitted by the applicant.

Defects in the images include but are not limited to the items checked:

- ☐ BLACK BORDERS
- ☐ IMAGE CUT OFF AT TOP, BOTTOM OR SIDES
- ☒ FADED TEXT OR DRAWING
- ☐ BLURRED OR ILLEGIBLE TEXT OR DRAWING
- ☐ SKEWED/SLANTED IMAGES
- ☐ COLOR OR BLACK AND WHITE PHOTOGRAPHS
- ☐ GRAY SCALE DOCUMENTS
- ☐ LINES OR MARKS ON ORIGINAL DOCUMENT
- ☐ REFERENCE(S) OR EXHIBIT(S) SUBMITTED ARE POOR QUALITY
- ☐ OTHER: _____

IMAGES ARE BEST AVAILABLE COPY.

As rescanning these documents will not correct the image problems checked, please do not report these problems to the IFW Image Problem Mailbox.